

АДЫГЕЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
КАВКАЗСКИЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР АГУ



АДЫГЕЙСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

*80 лет*

# МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ТАЛАНТ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

Материалы III Всероссийской  
научно-практической конференции

9–12 декабря 2020 г.

Майкоп  
2021

УДК 51(063)  
ББК 22.1л0  
М34

**Редакционная коллегия**

Мамий Д. К., Сташ А. Х.,  
Бойченко М. Е., Карпенко Ю. А.

**«Математический талант и математическое образование» :**  
материалы III Всероссийской научно-практической конфе-  
ренции. — Майкоп : АГУ, 2021. — 128 с.

ISBN 978-5-85108-375-4

Настоящее издание включает материалы III Всероссийской научно-практической конференции «Математический талант и математическое образование» прошедшей с 9 по 12 декабря 2020 года в городе Майкопе (Республика Адыгея, Российская Федерация) на базе Адыгейского государственного университета. К участию были приглашены отечественные и зарубежные ученые, аспиранты, магистранты и студенты. Конференция посвящена обсуждению широкого круга проблем, связанных с региональными моделями поиска и поддержки талантливых детей и углубленной математической подготовкой школьников.

Тезисы докладов публикуются в соответствии с оригиналами в том виде, как были представлены авторами Программному комитету конференции. Они не проходили научное и литературное редактирование, а только приведены к единому формату.

## СОДЕРЖАНИЕ

**Афанасьева В.В.**

Проектно-исследовательская деятельность  
в системе математического образования ..... 6

**Бердовская С.В.**

Система поддержки и развития математически  
одаренных учащихся в MAOU лицей  
«Морской технический» г. Новороссийск .....12

**Грушевский С.П., Бочаров А.В., Бочарова-Лескина А.Л.**

Организация работы Центра дополнительной  
математической подготовки школьников  
«Малый матфак» с использованием  
дистанционных образовательных технологий..... 20

**Грушевский С.П., Лазарев В.А.**

О юбилейных датах математиков  
Кубанского университета.....26

**Дьякова Н.А.**

Основные теоремы дифференциального исчисления  
и школьное математическое образование..... 30

**Жмурова И.Ю.**

Организация самостоятельной работы студентов  
в условиях трансформации  
педагогико-математического образования..... 37

**Исаева З.И.**

Технология проблемного обучения  
на уроках математики.....41

**Лецко В.А., Долгов А.А.**

Некоторые характеристики  
*m*-многогранников .....45

|   |     |
|---|-----|
| <b>Лобанова Н.И.</b><br>Изучение старшекласниками дифференциальных уравнений как средство формирования целостной картины мира .....   | 56  |
| <b>Лопатина И.С.</b><br>«Менторство» как форма работы с одаренными детьми .....   | 61  |
| <b>Матаева Р.З., Муцурова З.М.</b><br>Использование ИКТ в преподавании математики .....   | 65  |
| <b>Налбандян Ю.С., Медер Э.А.</b><br>Роль математики в формировании эстетических парадигм архитектуры и искусства .....   | 70  |
| <b>Поздняков С.Н.</b><br>Компьютерные инструменты в продуктивном обучении: конструирование и верификация .....  | 76  |
| <b>Рожковская Н.А.</b><br>Встречи математического кружка в художественном музее .....   | 82  |
| <b>Садькова Е.Р., Мергасова К.О., Разумова О.В.</b><br>Разработка образовательной программы смены летнего математического лагеря .....  | 85  |
| <b>Сергеев И.Н.</b><br>О негативном влиянии сложившегося формата ЕГЭ на профильное школьное математическое образование .....  | 94  |
| <b>Соловьев А.Н., Матросов А.А., Нижник Д.А.</b><br>Роль и место курса «Математика» в учебном плане по программе бакалавров направления 15.03.03, профиль «Программные системы компьютерного инжиниринга» ..... | 100 |
| <b>Сухов К.А.</b><br>Подготовка сборной России к международной математической олимпиаде в условиях 2020 года .....  | 107 |

|  |     |
|--|-----|
| <b>Стародубцева Е.А., Сычевая А.С.</b><br>О методической работе с математически одаренными школьниками 5–8 классов в краткосрочный период .....  | 110 |
| <b>Цветкова В.И., Бреус И.А.</b><br>Игровые технологии в реализации дополнительного математического образования .....  | 116 |
| <b>Чернова А.А.</b><br>Психолого-педагогическое сопровождение математически одаренных детей на разных ступенях образования .....   | 120 |
| <b>Шаова С.М., Беликова Т.Г.</b><br>Роль философско-методологического аспекта математического знания для развития познавательной активности и творческого потенциала личности математически одаренного ученика ..... | 126 |

**В.В. Афанасьева**  
ГБОУ СОШ №292, Санкт-Петербург, Россия

## **ПРОЕКТНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ В СИСТЕМЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**Аннотация:** *Как оживить курс школьной геометрии, предотвратить выгорание школьников на заключительных этапах обучения и отойти от шаблонов в преподавании?*

*В статье описаны этапы развития и цели уникального проекта по геометрии для старшеклассников «Многогранники. От идеи до модели», раскрыты такие методы работы со школьниками как: технология проектов, технология проблемного обучения, обучения в малых группах. Приведены план выполнения проекта, оценены результаты разработки и показаны возможности масштабирования идеи.*

**V.V. Afanaseva**  
SBOU SOSH №292, Saint Petersburg, Russia

## **DESIGN AND RESEARCH ACTIVITIES IN THE SYSTEM OF MATHEMATICAL EDUCATION**

**Научно-популярное описание разработки.** Реализованный проект «Каскады» получил свое начало на уроке геометрии в ходе изучения свойства двойственности многогранников, была сформулирована задача о нахождении вершин одного правильного многогранника на поверхности другого. Ситуации расположения тетраэдра в кубе, октаэдра в тетраэдре являются достаточно простыми. Но ведь можно составить и другие, более сложные (всего их 120) сочетания, исследованию которых и был посвящен проект. Практическая направленность заключалась в изготовлении моделей, иллюстрирующих наиболее сложные каскады. Проект «Моделирование многогранников в 3D средах» возник почти одновременно и включал изучение звездчатых форм и их проектирование в среде «Компас-3D» с последующим изготовлением моделей на 3D-принтере. При этом ребята смонтировали видео, отражающее этапы выполнения проекта. Идея сочетания моделирования многогранников вручную и с помощью программных сред явилась действительно уникальной, уже в следующем

учебном году работа стала призером конкурса «Большие вызовы для учителя» на лучший междисциплинарный проект образовательного центра «Сириус» и реализована на интегрированных занятиях с ребятами июньской математической смены.

Продолжая начатое, но выбрав среду проектирования SketchUp, в 2018–2019 учебном году учащиеся 11 класса уже реализуют новый масштабный проект «Звездчатые формы икосаэдра», а ведь это 58 многогранников. Грандиозная по сложности и технологии исполнения работа (изучение аналогий и свойств, склейка моделей как вручную, так и изготовление на 3D принтере) стала победителем районных Купчинских чтений «Наука. Творчество. Поиск» и научно-практической конференции «Будущее — это мы».

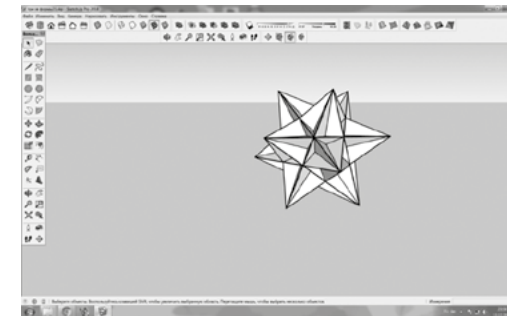


Рис.1

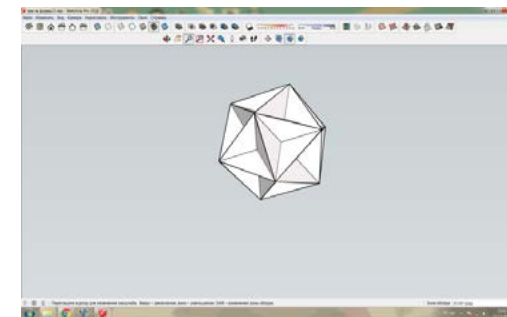


Рис.2

### Цели проекта:

1. Изучение правильных многогранников, их каскадов и многообразия звездчатых форм.

2. Создание условий для творческой самореализации, актуализации знаний в новых областях, получение опыта экспериментальных исследований и защиты.

Тема «Моделирование многогранников» является распространенной при изучении геометрии 10–11 классов и обычно сводится к изготовлению несложных моделей. В учебнике А.Д. Александрова, А.Л. Вернера и В.И. Рыжика «Геометрия 10–11» есть небольшой и красивый круг задач, посвященный каскадам — нахождению вершин одного многогранника на поверхности другого. Так и появился на уроке совершенно новый проект «Каскады многогранников». Каркасное моделирование было выполнено с помощью спичек, проволоки и сварки.

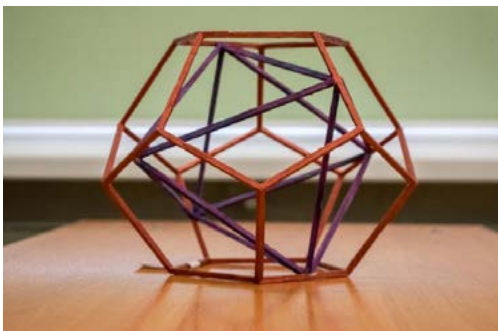


Рис. 3

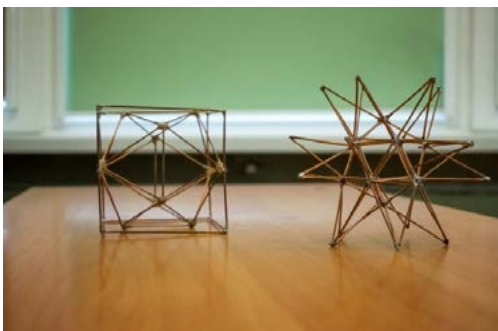


Рис. 4

Вместе с тем ребята сами предложили идею проектирования многогранников в среде «Компас-3D», сняли отражающее работу видео и распечатали два многогранника.

Другие ученики выбирали сложные звездчатые формы для моделирования классическими способами по книге Магнуса Венниджера «Модели многогранников». На каждой новой витке в проект добавляются идеи, ведь новые участники проекта знакомятся с результатами предыдущих и не хотят копировать старое. Таким образом, проект «Многогранники. От идеи до модели» является саморазвивающимся и всегда актуальным.

**Целевая аудитория школьников:** ученики 8–11 классов в классно-урочной системе, кружковая и внеклассная работа, проектная деятельность.

**Методы работы со школьниками:** Основная образовательная технология в данном случае — технология проектов. На этапе постановки задачи подчас трудно найти интересную, мало исследованную идею для проекта. Порой к выбору темы может подвести проблемная ситуация на уроке. Сложная многовариантная задача, ее история и вытекающие закономерности являются почвой для плодотворного исследования. Таким образом, технология проблемного обучения и развития критического мышления являются частью описанной технологии. При этом проект может выполняться и в группах, а, следовательно, реализуется и технология обучения в малых группах. Технология совместных экспериментальных исследований «3D моделирование» дает возможность полного интерактивного управления объектом моделирования. В процессе работы, во время подготовки и обработки материала, при представлении проекта развиваются такие качества, как готовность к саморазвитию и сотрудничеству ребят друг с другом и с учителем. Одной из особенностей работы является самооценивание ее хода и результатов. Оно предполагает взгляд назад, видение допущенных просчетов (на первых порах — переоценка собственных сил, неправильное распределение времени, неумение работать с информацией и т.п.), их анализ и недопустимость в дальнейшем.

Не менее интересен этап защиты проекта, ведь формой его представления является не только модель или презентация, но и интерактивная программа (интегрированное обучение), научная дискуссия, спектакль и даже стихи.

### **Предполагаемый план-график выполнения проекта:**

(1) Анализ предмета темы работы: общее название «Многогранники. От идеи до модели» предполагает в каждом случае конкретный проект по выбору ученика, например, «Каскад икосаэдра и куба» или «Многогранник Гольдберга», «Семнадцатая звездчатая форма икосаэдра». Состояние дел на данный момент: каждый ученик выбрал и спроектировал модель с последующей защитой. Выбор путей решения задачи: организационные риски практически отсутствуют, так как проект выполняется дома в течение месяца. Можно консультироваться с учителем и корректировать уровень сложности модели.

(2) Основная суть проекта — изучение свойств объекта с последующим моделированием, выбор способа изготовления остается за учеником.

(3) Разработка конструкции — одна и та же модель может успешно быть реализована различными способами, включая классический способ — склейка с правильной окраской, техника оригами, 3D моделирование, каркасное моделирование с помощью спичек или проволоки.

(4) Создание / сборка образца школьниками: на каждом новом этапе в проект добавляются новые идеи и новые многогранники, так как результаты предыдущих проектов доступны и ребята не хотят повторять уже созданное.

(5) Состоятельность модели и защита проекта. Этап защиты проекта должен быть подготовлен и критерии четко обозначены: название, характеристика (вершины, грани, ребра), углы между гранями, радиус вписанной и описанной сферы (если существуют), раскраска (грани одной или параллельных плоскостей окрашены одним цветом), история, сферы применения, регламент 10 минут.

(6) Сопоставление с аналогами самими школьниками: при завершении проекта модели объединяются по группам по технике и сложности изготовления, в каждой группе общим решением определяется победитель.

(7) Анализ перспектив практического использования в результате самостоятельной работы школьников: проект является саморазвивающимся и актуальным, позволяет отойти от рутинного преподавания предмета, стать элементом зачета по теме, повышает уровень мотивации и формирует навыки самостоятельной и групповой работы.

### **Методы анализа результатов и их сопоставления с аналогами / близкими известными разработками:**

#### **Ожидаемые результаты.**

1. Возможность отойти от шаблонного изучения предмета (понятия, аксиомы-теоремы-задачи) и перейти к новым формам, позволяет повысить интерес и предотвратить «выгорание» школьников на последних этапах обучения.

2. Формирование навыков индивидуальной работы и работы в группе, сотрудничества с педагогами другого профиля.

3. Повышение уровня мотивации и компетентности школьника в изучении других предметов, стремление к расширению опыта.

#### **Методы измерения результатов.**

1. Все ученики класса охотно участвуют в проекте, что говорит о его новизне.

2. Необходимость актуализации знаний в новых областях: 3D моделирование, модульное оригами, изготовление кинетических (самодвижущихся) моделей и даже сочинение стихов, повышают интерес и интеграцию.

3. Успешность проекта отражается в желании ребят продолжать исследования и принимать участие в конкурсах.

#### **Масштабирование идеи.**

Проект реализуется и другими педагогами как одна из форм зачетной работы. Для школьников 7–9 классов идея адаптируется — изучение и изготовление звездчатых форм правильных многоугольников, а позднее, как обобщение, и многогранников.

#### **Литература**

1. Веннинджер М., Модели многогранников, Издательство Мир, Москва 1974.

2. Голуб Г.Б., Перельгина Е.А., Чуракова О.В. Основы проектной деятельности школьника. Под ред. проф. Е.Я. Когана. — Издательский дом «Федоров». Издательство «Учебная литература», 2006.

3. Горев П. М., Лунеева О. Л., Межпредметные проекты учащихся средней школы: Математический и естественнонаучный циклы: Учебно-методическое пособие., Киров: Изд-во МЦИТО, 2014. — 58 с.

4. Долбиллин Н.П., Жемчужины теории многогранников, МЦНМО, 2012. — С. 1–20.

5. Смирнова И.М., Смирнов В.А., Правильные, полуправильные и звездчатые многогранники», МЦНМО, 2010. — С. 5–12.

## Сведения об авторе

**Афанасьева Виктория Викторовна**, учитель математики и информатики ГБОУ СОШ №292 с углубленным изучением математики Фрунзенского района Санкт-Петербурга, руководитель методического объединения учителей математики, двукратный победитель конкурса «Лучшие учителя России» в рамках приоритетного национального проекта «Образование», vika\_jolie@mail.ru, проектная деятельность, моделирование 3D, математические олимпиады, онлайн-образование.

**С.В. Бердовская**

МАОУ лицей «Морской технический»,  
г. Новороссийск, Россия

## СИСТЕМА ПОДДЕРЖКИ И РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИ ОДАРЕННЫХ УЧАЩИХСЯ В МАОУ ЛИЦЕЙ «МОРСКОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ» г. НОВОРОССИЙСК

**Аннотация:** В данной статье освещены вопросы развития и сопровождения математически одаренных школьников, показаны принципы создания благоприятных условий их выявления и поддержки через оптимальное сочетание основного, дополнительного и индивидуального образования.

**S. Berdovskaya**

Lyceum “Marine Technical”, Novorossiysk, Russia

## SYSTEM OF SUPPORT AND DEVELOPMENT FOR MATHEMATICALLY GIFTED STUDENTS IN “MARINE TECHNICAL” LYCEUM NOVOROSSIYSK

Обучение и сопровождение одаренных детей — важная составляющая современного образовательного процесса. Одним из главных ориентиров современного образования является индивидуальное развитие личности каждого обучающегося, что подтверждается в частности Стратегией инновационного развития Российской Федерации в период до 2020 года, Концепцией Российской национальной системы выявления и раз-

вития молодых талантов и др. Одаренные, талантливые дети во многом будут определять будущую судьбу России, поэтому важнейшей задачей современной школы является выявление и сопровождение таких детей, создание условий для развития их способностей.

Существует множество определений понятия одаренности, но большинство психологов признает, что одаренность — условное и временное понятие, перспектива развития одаренных детей во многом зависит от того в каких условиях они будут развивать свои способности. Так, например, Б.М.Теплов определил одаренность как «Качественно-своеобразное сочетание способностей, от которого зависит возможность достижения большего или меньшего успеха в выполнении той или иной деятельности»[1]. Развитие одаренности — результат взаимодействия природных задатков, среды, в которой растет ребенок и педагога, работающего с ним. При такой работе перед педагогом стоит задача выявления одаренных детей и поиска методов и подходов в работе с ними, позволяющих обеспечить качественное развитие талантливого школьника, помогающих учащимся реализовать себя, стать востребованными.

Работая с одаренными детьми, надо помнить, что такие дети нуждаются в заботе и внимании не меньше, чем школьники, требующие коррекционной педагогики. Одаренного ребенка отличают любознательность, сверхчувствительность к проблемам, познавательная самостоятельность, способность к логическому мышлению, повышенный интерес к решению дивергентных задач, оригинальность, гибкость и продуктивность мышления, легкость ассоциирования, способность к прогнозированию, высокая концентрация внимания, отличная память, способность к оценке, особенности интересов и склонностей [2].

В данной статье я хочу рассказать о системе работы с математически одаренными детьми в МАОУ лицее «Морской технический» города Новороссийска. Первым шагом этой работы является выявление детей, проявляющих интерес к математике и обладающих повышенными математическими способностями. Отбор в математическую школу происходит в 5 классе. Всем учащимся предлагается для решения набор задач, не требующих особых знаний предмета, а проверяющих умение логически мыслить, находить взаимосвязи, делать нестандартные выводы. После проверки работ формируется группа учащихся, которым предлагается начать обучение в математической школе. Учащиеся 5 класса не всегда понимают необходимость

выполнения такой работы, некоторые не проявляют к ней интереса и таким образом не показывают всех своих способностей, поэтому параллельно ведется работа и с родителями, так как никто лучше родителей не может знать возможностей и способностей своего ребенка. Родителям я рассказываю о работе математической школы, о том, какие темы мы изучаем на наших занятиях, в каких мероприятиях участвуем. Если родители считают, что их ребенок обладает определенными способностями и ему интересно заниматься «олимпиадной» математикой, то дети тоже приглашаются в математическую школу. Определенная работа проводится и с учителями начальной школы, так как они хорошо знают своих воспитанников и их способности. Таким образом группа 5 классов формируется как по рекомендациям, так и по желанию обучаться. Первоначально группа получается достаточно многочисленная, но в случае проведения только вступительной работы или только по желанию происходит потеря потенциально одаренных детей, способности которых были не замечены родителями или педагогами. В течении первого учебного года происходит формирование постоянной группы учащихся, обладающих математическими способностями и желающих работать именно над их развитием.

Проектирование индивидуальных образовательных маршрутов для математически одаренных детей происходит за счет занятий в кружках, участия в конкурсах, олимпиадах при сохранении классно-урочной системы.

Занятия в математической школе проводятся в каждой параллели один раз в неделю. На занятиях мы решаем нестандартные олимпиадные задачи, учимся структурировать мысли, занимаемся поиском верных решений. Ребята учатся работать в команде, отстаивать и доказывать свою точку зрения, повышают общую математическую культуру. Проводятся различные математические соревнования: математические бои, математические абакы, математические домино и другие. Большое внимание уделяется развитию умения формулировать и записывать полные решения задач. Этот навык полезен не только для участия в олимпиадах, но и в общении с людьми, при ведении бизнес-проектов, решении кейсов, написании научных статей и так далее. На занятиях в математической школе ребята изучают многие «нешкольные» разделы элементарной математики — элементы теории графов, комбинаторики, теории чисел, математической логики и др. Развитие учащихся во многом зависит от той деятельности, которую они выполняют в про-

цессе обучения. Если деятельность репродуктивная — ученик получает готовую информацию, воспринимает ее, понимает, запоминает, а затем воспроизводит. Цель такой деятельности — формирование знаний, умений и навыков. Если деятельность продуктивная — происходит активная работа мышления, связанная с логическими операциями анализа, синтеза, сравнения, аналогии, обобщения. Задумываясь над основанием собственных умений (рефлексируя), ребенок овладевает обобщенными способами действий, лежащими в основе этого умения, и тем самым приобретает знания, которые может конкретизировать при решении целого класса частных задач. Именно на таких принципах основана работа математической школы.

Помимо очных занятий учащимся предлагается участвовать в работе различных дистанционных курсов. В городе Сочи создан образовательный центр «Сириус». Цель его работы — раннее выявление, развитие и дальнейшая профессиональная поддержка одаренных детей, проявивших выдающиеся способности в области искусств, спорта, естественнонаучных дисциплин, а также добившихся успеха в техническом творчестве. Одним из важных элементов работы центра являются дистанционные курсы, которые открыты для всех желающих: школьников, учителей и всех, кто заинтересован в личном развитии и углубленном изучении естественно-научных предметов. Курсы регулярно используются в качестве отбора школьников и учителей на очные программы Центра. А после обучения в «Сириусе» — используются для дальнейшего развития и сопровождения талантливых детей и педагогов. Авторы курсов — преподаватели ведущих российских школ и вузов, действующие педагоги очных программ Центра «Сириус». В марте и ноябре 2019 года были открыты доступные всем желающим курсы «Дополнительные главы геометрии» для 7, 8, 9 классов, сентябре — курс «Лингвистика: фонетика и графика», в январе 2020 года курс «Комбинаторика». Успешно окончившие курсы получают электронные сертификаты. Все онлайн-обучение в «Сириусе» бесплатно для участников. Подробнее узнать о дистанционном обучении можно на сайте <https://sochisirius.ru/obuchenie/distant>.

Также ежегодно с момента основания образовательного центра «Сириус» учащиеся нашего лицея проходят отбор на очные математические смены и с удовольствием участвуют в них.

Учащиеся лицея регулярно участвуют в различных мероприятиях, организуемых Кавказским математическим центром: в математических сменах, конкурсах и олимпиадах.



Подробнее о мероприятиях, которые он организует, можно узнать на странице центра <https://smcagu.ru/>. Очень нравится ребятам участвовать во Всероссийской смене «Юный математик», которая по традиции совмещает математическую школу и турнир математических игр. Проходит она в детском центре «Орленок» г.Туапсе. Отбор на смену производится по двум критериям: конкурс портфолио и выполнение творческого задания. Учащиеся лица являются постоянными участниками смены начиная с 2012 года. С удовольствием наши лицеисты участвуют и в летних математических школах, организуемых центром, в различных сборах по подготовке к олимпиадам.

Онлайн-школа Фоксфорд с 2018 года реализует проект «Пятая четверть». Участвуя в нем, ученики могут бесплатно заниматься все лето, проходя курсы в удобное время. Благодаря проекту, школьники во время летних каникул могут подготовиться к олимпиадам, записавшись сразу на несколько курсов. Подробный список курсов доступен на сайте Фоксфорда <https://foxford.ru/catalog/courses>.

В июне в лицее проводится летняя математическая школа. Лето — время, которое дети могут полностью посвятить изучению любимого предмета, расширению и углублению своих знаний и это надо использовать. Проводить занятия у младших помогают учащиеся старших классов. Они принимают задачи, проводят различные интеллектуальные соревнования, в перерыве между занятиями помогают проводить игры на свежем воздухе. Ребята, с которыми я работаю, принимают участие и в летних математических школах в других регионах России. Краткосрочные математические школы (3–5 дней) проводятся на базе лица также во время осенних, зимних и весенних каникул.

Отдельное внимание стоит уделить участию в олимпиадах. Некоторые школьники отказываются участвовать в олимпиадах, так как не видят смысла тратить свое личное время на подготовку к ним. Важно объяснить детям выгоду от участия в интеллектуальных конкурсах, начиная с получения денежной премии, заканчивая поступлением в престижный вуз без вступительных испытаний, вне конкурса или же получив дополнительные баллы в счет индивидуальных достижений.

Интеллектуальные конкурсы, проводимые на сегодняшний день в России, можно условно разделить на 3 типа. Первая и главная из олимпиад — Всероссийская олимпиада школьников. Она является самой масштабной и престижной,

но при этом добраться до финала очень сложно: надо пройти школьный, муниципальный и региональный туры и на каждом этапе не просто призером, но и набрать количество баллов, необходимых для прохода в следующий тур.

Добраться до финала Всероссийской олимпиады школьников и добиться там победы под силу единицам, поэтому важно рекомендовать школьникам участвовать в других олимпиадах, включенных в перечень олимпиад и интеллектуальных конкурсов, утвержденных Министерством образования России. Именно эти олимпиады я отношу к олимпиадам 2 типа. Их организаторами выступают ведущие вузы России и принять участие в них могут все желающие. Приказ ежегодно размещается на официальном сайте Министерства науки и высшего образования Российской Федерации [https://minobrnauki.gov.ru/ru/documents/card/?id\\_4=736](https://minobrnauki.gov.ru/ru/documents/card/?id_4=736). Подробная информация об этих конкурсах есть на официальных сайтах учебных заведений, но очень важно донести ее до учащихся. В начале учебного года совместно с детьми необходимо составить личный план участия в олимпиадах, учитывая возможности и интересы каждого ребенка. Удобно пользоваться сайтом «Российского совета Олимпиад школьников» <http://www.rsr-olymp.ru>. Там можно найти всю необходимую информацию по олимпиадам (они удобно сгруппированы по профилям и предметам, по каждой есть вся необходимая информация, включая задания прошлых лет, что удобно для подготовки и оценки своего уровня)

Третий вид интеллектуальных конкурсов — олимпиады и конкурсы регионального уровня. С их перечнем можно познакомиться на сайте Министерства образования, науки и молодежной политики Краснодарского края <https://minobr.krasnodar.ru/obrazovanie/obsh-obrazov-shkoly/olimp/2020-2021-uchebnyy-god/>.

Участвовать в олимпиадах необходимо не только руководствуясь соображениями выгоды. Первое и основное, что дают олимпиады — это знания. Участие в олимпиадах способствует развитию нестандартного мышления, умения рассуждать и делать выводы, способности анализировать информацию. Все это в дальнейшем поможет заниматься научной, исследовательской деятельностью. В любой сфере ценится умение принимать серьезные, самостоятельные решения, не имея готовых шаблонов. Участие в олимпиадах — это опыт. Каждая олимпиада, конференция — это своего рода экзамен. Если ребенок приучается концентрироваться в незнакомой обстановке,

новке, излагать письменно и за определенное время свои мысли, общаться с незнакомыми людьми, то школьные экзамены для него покажутся привычным делом. Каждый ребенок хочет увидеть свою востребованность, получить моральную поддержку от окружающих. Ему важно ощущать себя частью какого-либо интеллектуального сообщества, важно иметь возможность сравнить свои достижения с достижениями других. Участие в олимпиадах позволяет спровоцировать и зафиксировать интерес учащихся к дальнейшему изучению предмета.

На базе нашего лицея проводится ряд интеллектуальных конкурсов Российского масштаба: выездная олимпиада МФТИ, отборочные туры олимпиады Эйлера, финалы олимпиад Юношеской математической школы, олимпиады «Саммат», международной олимпиады «Формула Единства». Для участия в финалах других олимпиад дети выезжают в разные города, расширяя кругозор и круг своих знакомых, позволяя регулировать открытость событийных режимов и их интенсивность.

Отметим, что, реализуя все эти проекты, мы создаем избыточную образовательную среду, насыщенную множеством предложений, которые потенциально могут быть интересны учащемуся. Я, как тьютор, провожу сопровождение «навигации» движения ученика в пространстве предложений. При этом происходит обсуждение различных стратегий, выстраивание каждым обучающимся своей образовательной программы.

Важно установить сотрудничество с заинтересованными структурами системы образования, различными ВУЗами, иными заинтересованными сторонами для создания условий, способствующих реализации индивидуальной образовательной программы, обеспечить продуктивную коммуникацию с субъектами для оформления предложений, способствующих реализации ИОП, оценке и проектированию вариантов использования результатов ИОП.

В процессе работы с одаренными школьниками производится координация многообразных структур, ставящих своей целью осуществить помощь учащимся в осознанном выборе, обсуждаются проблемы и трудности процесса самообразования, создаются условия для индивидуализации процесса обучения. Производить мониторинг динамики процесса осознанности выбора у каждого школьника позволяют лично — ресурсные карты. Личностно — ресурсная карта становится продуктом совместного действия тьютора и тьюторанта, основой для последующей реализации собственной образовательной программы.

В литературе освещаются особенности психосоциального развития одаренных детей. Как подчеркивает А. И. Савенков, психосоциальную сферу одаренных детей отличает стремление к самоактуализации, перфекционизм, самостоятельность и социальная автономность, эгоцентризм, стремление к лидерству и соревновательность, склонность к творческому восприятию случайностей и др. [2]. Все это необходимо учитывать при работе с одаренными детьми, построении их ИОР, взаимодействии со сверстниками, организации рефлексии подопечным способом и результативности своей образовательной деятельности.

Хочется отметить, что сопровождение одаренных детей — это долгосрочный и непрерывный процесс, позволяющий педагогу осмыслить свою роль в личностном росте учащегося, приобрести опыт грамотного подбора форм взаимодействия с ним.

Для достижения поставленных целей часто важно не только то, что дала человеку природа, но и то, что он сумел сделать со своими способностями. Очень часто вера в возможности воспитанника, помноженная на мастерство окружающих его педагогов и членов семьи, способны творить чудеса.

#### Список использованной литературы

1. Теплов Б. М. Способности и одаренность. // Психология индивидуальных различий. Тексты. М.: изд-во Моск. Ун-та, 1982, с. 136.
2. Савенков А.И. Одаренные дети в обычной школе. М.: Народное образование, 1999. 185 с
3. Васютина И.В. Выявление и развитие одаренных детей. Инновационные педагогические технологии / матер. V международной научной конференции. Казань: Бук, 2016. 132 с.
4. Джумагулова Т.Н., Соловьева И.В. Одаренный ребенок: дар или наказание. СПб.: Речь, 2009. 160 с.
5. Еремкин А. Школа одаренности. Тайна рождения гениев. М.: АиФ-Принт, 2003. 333 с.
6. Кулемзина А.В. Одаренный ребенок как ценность современной педагогики. М.: Товарищество научных изданий КМК, 2004. 264 с.
7. Матюшкина А.А. Что такое одаренность: выявление и развитие одаренных детей. М.: Омега-Л, 2008. 368 с
8. Щепланова Е.И. Трудности в учении одаренности школьников// Вопросы психологии. — 2003. — №3. — с. 132–145.

#### Сведения об авторе

**Бердовская Светлана Викторовна** — учитель математики МАОУ лицея «Морской технический», педагог дополнительного образования, тьютор по работе с одаренными детьми, e-mail: florax@mail.ru

**С.П. Грушевский, А.В. Бочаров**

Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия

**А.Л. Бочарова-Лескина**

Кубанский государственный технологический университет,  
Краснодар, Россия

## **ОРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ ЦЕНТРА ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ШКОЛЬНИКОВ «МАЛЫЙ МАТФАК» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСТАНЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

*Аннотация: В статье представлен анализ опыта интеграции дистанционных образовательных технологий в работу подразделения дополнительного образования «Малый матфак», созданного на базе факультета математики и компьютерных наук Кубанского государственного университета. Описан порядок взаимодействия преподавательского состава и слушателей учебного подразделения для проведения занятий в удаленном формате в рамках функционала корпоративной образовательной платформы Microsoft Teams. Отражены замечания позитивного и негативного характера относительно полученного опыта.*

**S.P. Grushevsky, A.V. Bocharov**

Kuban State University, Krasnodar, Russia

**A.L. Bocharova-Leskina**

Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia

## **ORGANIZATION OF THE WORK OF THE CENTER FOR ADDITIONAL MATHEMATICAL TRAINING OF PUPILS «SMALL MATFAC» USING DISTANCE EDUCATIONAL TECHNOLOGIES**

На факультете математики и компьютерных наук Кубанского государственного университета создано и уже более 10 лет успешно функционирует учебное подразделение — «Малый математический факультет» («Малый матфак»), основной целью которого является привлечение школьников, проявляющих интерес к математике, и повышение уровня их математической подготовки [1,2,3].

В процессе работы подразделения реализовывались различные виды деятельности (занятия в очном формате, дистанционное консультирование, заочная школа математиков, занятия в замкнутых средах на платформе Moodle [4]) в зависимости от выбора школьников, однако основным являлось очное обучение. При этом количество школьников, одновременно занимающихся в аудиториях университета, доходило до 600-650 человек.

Объективные причины, повлекшие резкое расширение дистанционных форм организации образовательной деятельности, вызвали необходимость кардинальной перестройки системы дополнительного математического образования, реализуемой на «Малом матфаке». Внедрение в образовательную среду цифровой составляющей способствовало смене не только образовательных технологий, но и ее парадигмы, доминирующей компонентой которой выступила цифровизация — процесс перехода образования в электронный формат.

В связи с этим потребовалась корректировка работы основных образовательных программ «Малого матфака» в плане перехода учебного процесса в электронный формат с применением дистанционных образовательных технологий.

Одной из основных начальных проблем организации образовательной деятельности в удаленной дистанционной форме являлась проблема выбора программной платформы. Следует отметить, что в настоящее время для различных образовательных программ активно используются несколько достаточно эффективных компьютерных платформ. Большинство школ Краснодарского края работают на платформе Zoom. Кроме того, в работе «Малого матфака» в течении ряда лет мы успешно использовали среду Moodle. Очень интересен оказался опыт применения образовательных трансляций, организованных на официальном YouTube канале Кубанского государственного университета, где необходимо отметить «Дни открытых дверей» факультетов, в том числе и нашего.

Нам представляется полезным использование той или иной программной платформы для решения конкретных задач образовательного процесса. Однако, при организации конкретного, долгосрочного учебного процесса в дистанционной форме с большим количеством участников необходимо учитывать ряд особенностей. Так, например, на данный момент в бесплатной версии Zoom допустимое количество одновременно присутствующих участников конференции

не превышает 100 и существует ограничение по времени продолжительности конференции (не более 40 минут). Кроме того, интернет-трансляции зачастую снижают уровень обратной связи лектора с аудиторией, что негативно отражается на возможностях педагогического воздействия. В связи с этим, а также опираясь на опыт организации дистанционной работы ФМКН, мы можем сделать вывод о том, что наиболее предпочтительным для непрерывного и длительного учебного процесса с достаточным многочисленным контингентом учащихся является среда корпоративной образовательной платформы Microsoft Teams.

Таким образом, на смену очному режиму работы «Малого матфака» пришел так называемый «смешанный режим»: обучение через платформу Microsoft Teams — одного из приложений Microsoft Office 365. Выбор инструментария для проведения занятий в дистанционном формате базировался на достижении следующих целей:

- доступность трансляций на любом устройстве;
- присутствие как можно большего количества школьников в трансляции одновременно;
- возможность подачи материала во время трансляции как традиционным способом — на доске в режиме реального времени посредством применения веб-камеры, так и при помощи презентаций и других мультимедийных технологий.

Первые две недели в новом 2020/21 учебном году занятия проводились в режиме трансляций на платформе Microsoft Teams; к ним могло подключиться неограниченное количество учащихся. Даже те из них, кто не имел на своем устройстве установленной программы Microsoft Teams, мог подключиться к трансляции в качестве анонимного слушателя, имея лишь возможность выхода в Internet с этого устройства с помощью браузера Google Chrome.

Ссылки на трансляции публиковались на сайте «Малого матфака» <http://mmf.kubsu.ru/> Для тех, кто не смог посмотреть трансляцию в прямом эфире или хотел бы посмотреть видео еще раз, после проведения занятий ссылки на них вместе с домашним заданием выкладывались на специальном разделе сайта, где также публиковалась информация о задачах, которые будут рассматриваться на ближайшем предстоящем занятии (рис. 1).

| Дата  | Тип занятий                                      | Лектор        | Материалы                         | Дополнение |
|-------|--|---------------|-----------------------------------|------------|
| 14.10 | Функционально-структурные уравнения              | Степанов А.А. | Степанов А.А.<br>Трансляция 14.10 | 21.0       |
| 14.10 | Традиционные функционально-структурные уравнения | Степанов А.А. | Степанов А.А.<br>Трансляция 14.10 | 21.0       |
| 14.10 | Особенности решения уравнений                    | Степанов А.А. | Степанов А.А.<br>Трансляция 14.10 | 21.0       |
| 14.10 | Особенности решения уравнений                    | Степанов А.А. | Степанов А.А.<br>Трансляция 14.10 | 21.0       |

Рис. 1 — Страница сайта «Малого матфака», содержащая информацию для учащихся 10 класса

Однако такой формат занятий имел существенный недостаток, обусловленный слабой обратной связью преподавателя со слушателями, поскольку она устанавливалась только через чат. Помимо того, что трансляция шла с 20 секундной задержкой, преподавателю приходилось периодически переключаться между рабочими экранами, чтобы увидеть сообщения от учеников. В свою очередь слушатели, подключившиеся к трансляции со смартфонов, столкнулись с проблемой в части общения с преподавателем в режиме реального времени: для написания сообщения им также приходилось выходить из трансляции, а после его отправки возвращаться в трансляцию снова. При этом часть лекционного материала ими утрачивалась, а преподаватель испытывал дискомфорт от отсутствия обратной связи со своими слушателями. Поэтому, начиная уже с третьего занятия, трансляции стали осуществляться в стандартных командах Microsoft Teams.

Школьникам, испытывавшим затруднения при подключении к образовательной среде «Малого матфака», помогали студенты педагогических отрядов. Получив электронный адрес школьника, зарегистрировавшегося на сайте «Малого матфака», студенты устанавливали с ним связь посредством электронной почты, приглашали его в соответствующую команду с помощью ссылки и помогали ему присоединиться к этой команде. Кроме того, студенты наших педагогических отрядов проводили часть занятий на «Малом матфаке», готовили электронные варианты методических материалов к занятиям,

а также выступали в качестве помощников во время трансляций, зачитывая вопросы, поступавшие преподавателю через чат, чтобы он не отвлекался на переключение режимов. Безусловно, в целях согласованности действий студентов педагогических отрядов во время проведения дистанционных занятий с ними заранее проводились репетиционные мероприятия.

В настоящее время занятия проводятся следующим образом. Основная трансляция текущего занятия осуществляется в соответствующей группе, и параллельно с ее началом запускается на некоторое время общедоступная трансляция вне группы, во время которой студенты помогают школьникам, не успевшим присоединиться к группе, пройти весь путь регистрации и оказаться на занятии. В группах школьники при помощи микрофона в режиме on-line могут задавать преподавателю интересующие их вопросы, преподаватель оперативно на них отвечает. Такое занятие в большей степени походит на очное, к которому ученики привыкли, обучаясь в школе. Преподаватель при этом не только видит, сколько слушателей присутствует на занятиях, но и имеет возможность беспрепятственно с ними общаться в режиме реального времени.

Новый формат работы «Малого матфака» имеет как плюсы, так и минусы. К плюсам в первую очередь можно отнести освоение студентами педагогических направлений и школьниками новых образовательных технологий, которые, безусловно, пригодятся им в их дальнейшем образовании. Другим положительным моментом дистанционного обучения является возможность присутствовать на занятии, находясь при этом далеко от университета. Особенно это важно для учащихся, проживающих в других городах и населенных пунктах края, поскольку им не приходится тратить время и средства на дорогу. В связи с этим при проведении занятий в режиме трансляций ожидалось большее количество слушателей «Малого матфака» по сравнению с традиционной — очной — формой обучения. Однако по факту ситуация выглядит иначе: не смотря на активно проводившуюся информационно-агитационную кампанию число зарегистрированных и регулярно подключающихся к учебным трансляциям слушателей на данный момент существенно меньше по сравнению с тем же периодом 2019 года. По нашему мнению, это обусловлено неготовностью — как психологической, так и технической — школьников к дистанционному формату обучения. Это предположение отчасти подтверждается и проводимыми среди слушателей «Малого матфака» опросами: многие

из них не располагают техническими возможностями (не имеют электронных устройств, позволяющих подключаться к интернет-трансляциям; в их населенном пункте нет устойчивого высокоскоростного интернета и т.д.); для других существенными являются психо-физиологические факторы (сложно сохранять концентрацию внимания, устают глаза и т.п.)

Мы считаем, что для полноценной интеграции смешанного формата обучения в образовательную среду необходимо серьезная адаптация школьников к работе в дистанционном формате как в технологическом, так и в психологическом плане.

### Литература

1. Бочаров, А.В. Технологии массовой профильно-ориентационной работы с абитуриентами в системе дополнительной математической подготовки / А.В. Бочаров, С.П. Грушевский // Известия Смоленского государственного университета. — Смоленск, 2016. — № 2(34). — С. 337–343.
2. Грушевский С.П. О работе факультета математики и компьютерных наук Кубанского государственного университета по профессионально-математической ориентации школьников // Историческая социально-образовательная мысль. — Краснодар, 2012.— №3.— С.83–88.
3. Бочаров, А.В. Технологии профессионально-математической ориентационной работы со школьниками на факультете математики и компьютерных наук Куб ГУ / А.В. Бочаров, С.П. Грушевский // Университеты в системе поиска и поддержки математически одаренных детей и молодежи: материалы I Всероссийской научно-практической конференции, г. Майкоп, 8-10 октября 2015 г. — Майкоп, 2015. — С. 18–21.
4. Бочаров А.В. Построение электронного ресурса в свете идей концепции развития математического образования / А.В. Бочаров, Г.Н. Титов, Ю.С. Первушина // Школьные годы. — Краснодар, 2015. — №62. — С. 3–21.

### Сведения об авторах

**Грушевский Сергей Павлович**, доктор педагогических наук, профессор, декан факультета математики и компьютерных наук Кубанского государственного университета. Краснодар, spg@math.kubsu.ru, теории и практики применения образовательных информационных технологий

**Бочаров Александр Васильевич**, старший преподаватель кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ, зам декана по учебной и профориентационной работе. Краснодар alboc2000@mail.ru, теория и методика профессионального образования, теория и методика обучения и воспитания.

**Бочарова-Лескина Анна Леонидовна**, канд. техн. наук, доцент кафедры прикладной математики. Кубанский государственный технологический университет, bocharova.nyura@mail.ru, математическое моделирование социальных процессов, теория и методика профессионального образования, теория и методика обучения и воспитания

**С.П. Грушевский**

декан факультета математики и компьютерных наук КубГУ

**В.А. Лазарев**

профессор кафедры теории функций КубГУ

## **О ЮБИЛЕЙНЫХ ДАТАХ МАТЕМАТИКОВ КУБАНСКОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Для математиков Кубанского государственного университета 2020 год имеет свое исключительное значение. Это дата 100 летия открытия Кубанского университета, 50-и летия создания математического факультета в университете.

В связи с юбилейными датами университета математики наметили и реализовали своеобразный творческий проект — издание сборника очерков истории «Развитие математики и математического образования на Кубани» [1], где кратко описана история развития математики и математического образования на Кубани в изложении преподавателей Кубанского государственного университета — одного из старейших вузов Кубани. Авторами выступили более тридцати преподавателей, аспирантов и студентов факультета. В очерках представлены материалы о создании и развитии математических образовательных программ, математических кафедр. Приводятся библиографические и историко-математические факты о видных ученых, работавших на факультете в этот период и последующие годы, о развитии научных школ, о начинаниях факультета по постановке фундаментальных математических исследований, по работе кафедр с одаренными школьниками и поддержке исследований по прикладной математике и информатике. В книге охарактеризованы преимущественно направления научных исследований и полученные по ним результаты в период с 1970 по 1991 годы, т.е. в период с момента вторичного открытия университета и до 1992 года. Есть интересные материалы о сотрудничестве кафедр и факультета с научными математическими центрами Москвы, Ленинграда, Новосибирска, Казани, Ростова и других городов, а также материалы о работе преподавателей в зарубежных странах. Книга предназначена для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов вузов математического профиля, а также для всех интересующихся историей развития математики в российских регионах и популяризацией математики.

Юбилей математического факультета это, конечно же, и юбилей научных школ, созданных учеными-математиками. Хотелось бы отметить, что на математическом факультете работало и работает много талантливых ученых. В нашем кратком докладе мы коснемся только тех ученых математиков, которые в числе первых были приглашены в Кубанский госуниверситет и научно-педагогическая деятельность которых позволила сформировать ряд передовых научно-математических школ на Кубани.

С приходом профессора З.Б. Цалюка (род. 1931г.) на Кубань начинает развиваться его научная школа. За более чем 50 лет работы в КубГУ З.Б. Цалюк много сил и энергии потратил на становление и развитие математики и математического факультета.

Исследования профессора Цалюка З.Б. охватывают все разделы теории уравнений Вольтерра. Он является ведущим специалистом в этой области, им были получены глубокие результаты по интегральным неравенствам, единственности решений, нелокальным теоремам существования, сходимости последовательных приближений. Эти результаты являются основополагающими для данных теорий.

Созданная им школа по теории интегральных уравнений Вольтерра получила признание, как в стране, так и за рубежом. З.Б. Цалюк руководил организованным им научным семинаром по интегральным уравнениям, в работе которого принимали участие и ученые из других вузов. Являлся членом ряда редколлежий научных изданий. Все преподаватели кафедры дифференциальных уравнений прошли у профессора З.Б. Цалюка классическую школу лектора. Им подготовлено более 40 аспирантов, среди которых 5 докторов наук и профессоров.

Профессор И.П. Митюк (1928–1995 гг.) Игорь Петрович — доктор физико-математических наук, профессор, основатель и заведующий кафедрой теории функций первым в стране начал разработку новых приложений симметричных методов, обогатив теорию симметризации идеями, которые позволили обобщить на случай регулярных отображений многосвязных областей фундаментальные результаты теории однолистных функций.

Много внимания И. П. Митюк уделял педагогической деятельности. Под его руководством подготовлено 11 кандидатских диссертаций. Четверо его учеников стали докторами наук, один из них — В.Н. Дубинин избран членом-корреспон-

дентом РАН. Докторские диссертации защитили бывшие сотрудники кафедры В.Г. Шеретов, Е.А. Щербаков, С.П. Грушевский, В.А. Лазарев. Научные результаты мирового уровня получены учеником И.П. Митюка А. Ю. Сольным, который работает в настоящее время в США.

Научный и организационный талант И. П. Митюка был залогом успеха проводившихся под его руководством школ-конференций по геометрической теории функций (10 школ-конференций), участниками которых были ведущие специалисты со всех уголков страны.

Памяти И.П. Митюка были посвящены организованные кафедрой теории функций совместно с Математическим институтом РАН им. В.А. Стеклова международные конференции «Комплексный анализ и его приложения», проведенные в 2005 и в 2018 г.г. и приуроченные к юбилейным датам.

Профессор Николай Васильевич Говоров (1928–1981 г.г.) с 1970 года и до конца своей жизни заведовал кафедрой математического анализа Кубанского университета.

Во время работы Н.В. Говорова в Кубанском госуниверситете им было подготовлено более десятка молодых аспирантов-исследователей, успешно впоследствии защитивших кандидатские и докторские диссертации по тематике краевых задач и теории целых функций. Среди учеников Н.В. Говорова выпускники нашего университета кандидаты физико-математических наук С.П. Грушевский и Г.А. Зеленков защитили впоследствии докторские диссертации.

Ко всем видам своей научной и учебной деятельности Н.В. Говоров подходил с высочайшей ответственностью и добросовестностью, полученные результаты многократно редактировались и улучшались. Такие же высокие требования предъявлял он и к своим ученикам, стремясь воспитать высококвалифицированных специалистов.

Важно отметить, что и в настоящее время — 20-е годы нового столетия — многие ученики профессоров З.Б. Цалюка, И.П. Митюка и Н.В. Говорова и ученики их учеников успешно работают в школах и вузах Краснодарского края.

В сборнике имеется несколько очерков, относящихся к работе факультета с математически одаренными школьниками в ЮМШ, ВЗМШ, летними и зимними физико-математическими школами, «Малый матфак». В связи с этой тематикой, плодотворно развивающейся в 70–80-е годы и 50-летним юбилеем журнала «Квант» мы специально вспомнили стабильное, хотя и эпизоди-

ческое сотрудничество представителей математического факультета нашего университета с редколлегией журнала и известными математиками и сотрудниками «Кванта» — Долбилин Н.П., Егоров А.А., Кудрявцев Л.Д., Яковлев, Розов Н.Х. и др. Запечатлелись в памяти, конечно, мероприятия, проводимые матфаком с участием представителей журнала «Квант» в Анапе, Батуми, Тамани, Сочи, Сукко, в которых с успехом выступали представители редколлегии журнала, призеры и победители физико-математических олимпиад, участники ЛФМШ и ЗФМШ Кубани. Памятна встреча в 1984 г. с членом редколлегии журнала «Квант» Н.П. Долбилиным и членом-корреспондентом РАН Л.Д. Кудрявцевым в СОШ №4 г. Краснодара по случаю набора первых специализированных математических классов.

Можно с удовлетворением констатировать, что журнал «Квант» очень успешно выполнил намеченные цели за прошедшие годы. Более того, методические подходы и материалы журнала с разнообразными по содержанию, по направленности и уровням сложности, как связующего звена, продолжают эффективно использоваться и в настоящее время в работе с одаренными школьниками.

Возвращаясь к Юбилейному сборнику очерков отметим, что в представленных материалах излагаются события, которые сохраняют традиции пединститута (работа с учителями и школьниками, спортивные соревнования), зарождают новые формы работы с одаренными (летние и зимние школы, специальные физико-математические классы), представляют опыт организации и проведения международных и всероссийских конференций на Черноморском побережье. Есть воспоминания об отдельных ученых и преподавателях, внесших заметный вклад в воспитание будущих специалистов. Представлены материалы о работе представителей Кубанского университета во времена СССР в Африканских странах и совсем в недавние годы на конференциях в Армении.

Надеемся, что тем, кто интересуется историей развития математики и математического образования будет интересна информация о зарождении и становлении информационных технологий на Кубани из уст одного из участников этого исторического процесса (В.Ш. Тлюстен). В сборнике представлен также «веселый и живой» фотоматериал о специфических чертах математиков: юмор, спортивный азарт, шахматные бои, творчество.

## Библиографические ссылки

1. Лазарев В.А., Грушевский С.П., Боровик О.Г., Корж Я.В., и др. Развитие математики и математического образования на Кубани (Очерки истории)-Краснодар: Кубанский гос.ун-т, 2020. — 339.

2. Грушевский С.П., Лазарев В.А. К истории развития математического образования на Кубани: люди, события, время. *Историческая и социально-образовательная мысль*. 2018. Том. 10. № 5–2. с. 78–84.

## Сведения об авторах

**Грушевский Сергей Павлович**, доктор педагогических наук, профессор, декан факультета математики и компьютерных наук Кубанского государственного университета. Краснодар, spg@math.kubsu.ru, теории и практики применения образовательных информационных технологий.

**Лазарев Виктор Андреевич**, доктор педагогических наук, профессор кафедры теории функций Кубанского государственного университета. Краснодар, victor\_lazarev@mail.ru.

**Н.А. Дьякова**

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Россия

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ И ШКОЛЬНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

**Аннотация:** в статье проведен анализ учебников алгебры и начал математического анализа 10–11 классов, включенных в федеральный перечень учебников, с точки зрения наличия в них заданий, решаемых с помощью основных теорем дифференциального исчисления. Приведены примеры такого рода задач.

**Ключевые слова:** содержательно-методическая линия «Начала математического анализа», учебники алгебры и начал математического анализа 10–11 классов, экстремумы функции, построение графиков функции, наибольшее и наименьшее значение функции.

**N.A. Dyakova**

Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

## BASIC THEOREMS OF DIFFERENTIAL CALCULUS AND SCHOOL MATHEMATICAL EDUCATION

**Abstract:** the article analyzes the textbooks of algebra and the principles of mathematical analysis of grades 10-11, included in the Federal list of textbooks, according to the presence in them the tasks that can be solved using the basic theorems of differential calculus. Examples of such tasks are given.

**Keyword:** content-methodical line «principles of mathematical analysis», textbooks of algebra and principles of mathematical analysis for grades 10–11, function extremes, function plotting, the largest and smallest value of the function.

Одной из содержательно-методических линий школьного курса математики является линия «Начала математического анализа». В действующем школьном курсе математики производная активно используется: с ее помощью исследуются функции и строятся графики, отыскиваются наибольшие и наименьшие значения функций; школьникам надо уметь решать задачи на геометрический и физический смысл производной. Однако, как показывает практика, строгого определения производной в большинстве учебников математики базового уровня не дается. В результате получается, что школьники зазубривают таблицу производных и правила дифференцирования, умеют механически выполнять некоторые действия и решать типовые задачи, но при этом совершенно не понимают сути того, что они делают.

Поэтому, если делать упор не исключительно на механическое выполнение типовых задач, а на более углубленное изучение основных теорем дифференциального исчисления, то можно значительно улучшить понимание понятия производной обучающимися.

Хотелось бы отметить, что каждые 4 года российские школьники принимают участие в международном исследовании по оценке качества математического и естественнонаучного образования учащихся 4-х и 8-х TIMSS, а с 2015 года в исследовании были впервые представлены задания по математике для обучающихся 11 класса.

Анализ заданий рабочей тетради для исследования TIMSS в 11 классах [2] говорит о том, что подавляющее большинство



заданий относится к разделу «Элементы математического анализа». Такими заданиями являются:

- Нахождение предела функции.
- Нахождение определенного интеграла.
- Задания на непрерывность функции.
- Задания на дифференцируемость функции.
- Нахождение производной функции.
- Нахождение первообразной функции.
- Нахождение наибольшего (наименьшего) значений функции.
- Определение свойств функции, производной функции, 2-й производной функции по графику функции.
- Задания на экстремумы.
- Нахождение площадей криволинейных фигур с помощью интеграла.

Отметим, что некоторые из вышеперечисленных заданий напрямую связаны с темой данной статьи, а именно: задания на нахождение производной функции, нахождение наибольшего (наименьшего) значений функции, определение свойств функции, производной функции по графику функции и задания на экстремумы — успешно выполняются школьниками, на должном уровне знающими теоретические основы дифференциального исчисления.

По результатам исследования TIMSS-2015 учащиеся, изучавшие углубленный профильный курс математики, продемонстрировали более высокие результаты по разделам «Алгебра» и «Геометрия, более низкие — по разделу «Элементы математического анализа», что говорит об актуальности более глубокого изучения теоретических основ дифференциального исчисления, в частности основных теорем дифференциального исчисления.

Проанализируем учебники математики алгебры и начал анализа, входящие в Федеральный перечень учебников [8], на наличие теоретического материала и практических заданий, решаемых с помощью основных теорем дифференциального исчисления. Из всего перечня учебников Федерального комплекта нами выбраны для сравнительного анализа следующие учебники:

- Колягин Ю. М. Алгебра и начала математического анализа. 11 кл. [3];
- Мордкович А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы [4,5];

— Муравин Г. К. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс [6];

— Алимов Ш. А. Алгебра и начала математического анализа. 10 — 11 классы [1];

— Никольский С. М. Алгебра и начала математического анализа. 11 кл. [7].

Стоит отметить, что только в одном из вышеперечисленных учебников, а именно в учебнике Никольского С. М. [7] присутствует пункт — «Теоремы о среднем», который напрямую связан с темой данной статьи. Помимо теоремы Ферма, обязательной к изучению в старшей школе, в этом пункте рассматриваются теоремы Ролля и Лагранжа, имеющие большое значение в математическом анализе. Автор учебника позиционирует данный пункт как материал для профильного уровня. Теоретический материал изложен понятным для старшеклассников языком, доказательства теорем иллюстрируются графиками, подробно разобран пример практического задания, а также подобрана система упражнений, состоящая из пяти заданий 5.44–5.48, нацеленных на успешное закрепление изученного материала.

**Пример.** (5.47 (а) [7]) Дана функция  $f(x)$ . Внутри отрезка  $[a; b]$  найдите точку  $c$ , для которой справедливо равенство  $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$  ( $a < c < b$ ), если  $f(x)=x^3$ ,  $a = -1$ ,  $b=2$ .

**Решение:**

$$f'(c) = \frac{f(2)-f(-1)}{2-(-1)} = \frac{8-(-1)}{3} = \frac{9}{3} = 3.$$

Так как  $f(x)=3x^2$ , то  $3c^2=3$ , откуда следует, что  $c=1$ .

В ходе анализа содержания теоретического материала и практических заданий, решаемых с помощью основных теорем дифференциального исчисления, было выделено 3 подтемы. Сводные данные представлены в таблице 1. Знак «+» в таблице ставится: в графе «теоретический материал», если в учебнике полно и подробно описана теория по теме, теоремы изложены с доказательством; в графе «практический материал», если система упражнений к пункту или параграфу состоит из большого количества заданий, а также богата на задания различного уровня сложности. В противном случае ставится знак «-».

Таблица 1

| Учебник \ Тема |                           | Экстремумы функции |              | Построение графиков функции |              | Наибольшее и наименьшее значение функции |              |
|----------------|---------------------------|--------------------|--------------|-----------------------------|--------------|--|--------------|
|                |                           | теор. мат-л        | практ. мат-л | теор. мат-л                 | практ. мат-л | теор. мат-л                              | практ. мат-л |
| 1              | Колягин Ю. М. 11 кл.      | -                  | -            | -                           | -            | -  | +            |
| 2              | Мордкович А. Г. 10–11 кл. | -                  | +            | +                           | +            | +  | +            |
| 3              | Муравин Г. К. 11 кл.      | +                  | +            | -                           | -            | -  | +            |
| 4              | Алимов Ш. А. 10–11 кл.    | -                  | +            | -                           | +            | -  | +            |
| 5              | Никольский С. М. 11 кл.   | +                  | +            | +                           | +            | -  | -            |

Из таблицы 1 видно, что теоретический материал на должном уровне и практический материал в большом количестве освещены в учебнике Мордковича А.Г. [4,5]. Перечислим плюсы и интересные решения, представленные в данном учебнике:

1) предлагается упрощенный вариант схемы исследования свойств функции и построения графика, широко используемый в математическом анализе;

2) в каждой отдельной теме после изложения теоретического материала предлагается краткий алгоритм для большего удобства и запоминания;

3) рассматриваются задачи на оптимизацию, рассматривается подробный методический план решения такой задачи;

4) система упражнений к каждому параграфу состоит из огромного количества разноуровневых заданий.

Несмотря на сделанные выше выводы, каждый учебник хорош по-своему, поэтому подробнее рассмотрим положительные стороны каждого комплекта учебников.

В учебнике Колягина Ю.М. [3]:

— огромная система практических заданий к параграфу, посвященному нахождению наибольшего и наименьшего значения функции.

В учебнике Муравина Г.К. [6]:








— перед введением определений точек максимума и минимума автором дается условие возрастания (убывания) функции, а также приводится доказательство данного утвержде-

ния, причем с помощью теоремы Лагранжа. Автор знакомит обучающихся с геометрическим смыслом этой теоремы, а также с небольшой исторической справкой о Жозефе Лагранже, что, несомненно, является плюсом данного учебника;

— автор знакомит обучающихся с записью определений с помощью кванторов;

— присутствуют различные интересные упражнения реконструктивного характера. Так, например, в упр. 94 (рис. 1), не только нужно самому построить график функции, но и проанализировать четыре данных варианта построения и пояснить, почему совершены те или иные ошибки в построении.

94\*. Четыре ученика выполнили построение графика функции (рис. 61) по следующей таблице:

| $x$     | $(-\infty; -1)$   | $-1$  | $(-1; 0)$   | $0$   | $(0; 1)$  | $1$   | $(1; +\infty)$  |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | -   | 0   | +   | 0   | -   | 0   | +   |
| $f(x)$  |  |  |  |  |  |  |  |

1) Могли ли у них получиться разные графики?

2) Какие графики построены правильно? Объясните, какие ошибки допустили ученики при построении других графиков.

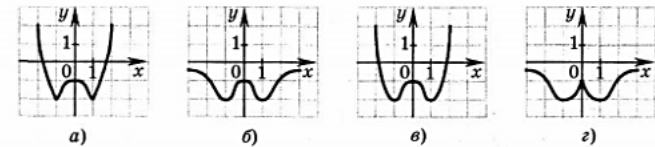


Рисунок 1 — Упражнение из учебника Муравина Г. К.

— присутствует историческая справка, посвященная истории возникновения подхода к нахождению наибольших и наименьших значений функции;

— богатейшая система упражнений к параграфу «Наибольшее и наименьшее значения функции», состоящая из простых заданий, заданий, в которых путь к ответу связан с некоторыми техническими сложностями, задач, над которыми следует подумать. После системы упражнений для обучающихся предусмотрены контрольные вопросы и задания.

В учебнике Алимова Ш.А. [1]:

— богатая на количество система упражнений по сравнению с похожим учебником Колягина Ю.М.

В учебнике Никольского С.М. [7]:

— теоретический материал по теме излагается на языке «дельта-окрестности», что говорит о том, что учебник нацелен на подготовку учащихся к поступлению в ВУЗ и обучению в нем;

— автор использует вторую производную при исследовании функции и находит точки перегиба, тогда, когда в учебниках других авторов этому посвящены отдельные пункты или параграфы.

Результаты, полученные в процессе сравнения пяти комплектов учебников алгебры и начал анализа, указывают на то, что в учебнике Мордковича А.Г. [4,5] больше внимания уделено теоретическому материалу, присутствуют интересные решения, которых нет в других учебниках, практические задания очень разнообразны, помогают обеспечить дифференцированный подход к обучению. Таким образом наиболее предпочтительным было бы выбрать именно данный учебник.

### Литература

1. Алимов, Ш.А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева и др. — 3-е изд. — М.: Просвещение, 2019.

2. Демонстрационный вариант тетради (Д1) исследования TIMSS по математике (профильный уровень) для **11 класса** с критериями оценивания заданий. — [Электронный ресурс]. — URL: [http://www.centeroko.ru/timss15/timss15\\_pub.htm](http://www.centeroko.ru/timss15/timss15_pub.htm) (Дата обращения: 04.11.20).

3. Колягин, Ю.М. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин; под ред. А.Б. Жижченко. — М.: Просвещение, 2019.

4. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для обучающихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. — М.: Мнемозина, 2019.

5. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для обучающихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А.Г. Мордкович и др.; — 10-е изд., стер. — М.: Мнемозина, 2019.

6. Муравин, Г.К. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник для общеобразоват. организаций / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. — М.: Дрофа, 2019.

7. Никольский, С.М. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. — М.: Просвещение, 2019.

8. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 20.05.2020 № 254 «Об утверждении федерального перечня учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность» — [Электронный ресурс]. — URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202009140015> (Дата обращения: 31.10.20).

### Сведения об авторе

**Дьякова Н. А.** — студентка Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета, [orehova.natasha@yandex.ru](mailto:orehova.natasha@yandex.ru)

**И.Ю. Жмурова**

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

## ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ В УСЛОВИЯХ ТРАНСФОРМАЦИИ ПЕДАГОГИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

**I.Yu. Zhmurova**

Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

## ORGANIZATION OF INDEPENDENT STUDENTS WORK DURING THE TRANSFORMATION OF PEDAGOGICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION

**Аннотация:** Работа посвящена особенностям применения дистанционных образовательных технологий для организации самостоятельной работы бакалавров педагогического образования как в условиях карантинных ограничений, так и в постпандемийный период.

Проблема организации учебного процесса в условиях карантинных ограничений стала серьезным вызовом для образовательной системы национального государства. Сложившуюся ситуацию обсуждали и анализировали достаточно долго. Сегодня можно подводить некоторые итоги: прошел острый период полного локдауна, образование адаптировалось к определенным изменениям, вышло из шокового состояния, можно сделать некоторые выводы.

Прежде всего, в отличие от системы среднего общего образования, вузы оказались вполне готовыми к работе в условиях вынужденного перехода на дистант. Многие уже работали со своими системами дистанционного обучения, поэтому встроить их в постоянный учебный процесс было легче, чем в школах. Существование функционирующих корпоративных онлайн-платформ позволило сохранить, в основном, существующее расписание и минимизировать потери качества. Сегодня необходимо обобщить накопившийся опыт и наметить дальнейшую перспективу.

В Южном федеральном университете в текущем учебном году, в соответствии с приказом ректора, все лекции проводятся дистанционно, а главным инструментом дистанционного обучения является корпоративная онлайн-платформа Microsoft Teams. Это приложение зарекомендовало себя весной, разработчики прислушались к мнению преподавателей, улучшили интерфейс, добавили новые возможности. На наш взгляд, лекции в Teams могут быть достаточно комфортными как для преподавателей, так и для студентов. Безусловно, специфика учебного материала накладывает свои требования. Рассмотрим особенности лекционных курсов по математическим дисциплинам для студентов направлений «Педагогическое образование», профиль «Математика» и «Педагогическое образование с двумя профилями подготовки», профиль «Математика и информатика». В соответствии с концепцией А.Г. Мордковича [1] обучение данным дисциплинам имеет ярко выраженную профессионально-педагогическую направленность: студент не просто должен прослушать лекционный курс, но и на его примере увидеть, как данный курс поддерживает школьный курс математики, как с ним связан, какие приемы и методы, использованные при обучении, можно применить в будущей профессиональной деятельности, какие интеграционные связи реализуются, каков их уровень и т.п. Именно по этой причине при чтении лекционных курсов предпочтение отдается

тем аспектам, которые могут быть непосредственно реализованы в школьном курсе математики. Конечно, в ходе изучения дисциплины «Методика и технологии обучения математике» студенты, безусловно, знакомятся с образовательными технологиями, но работа по реализации интеграционных связей как между различными дисциплинами учебного плана, так и между учебной деятельностью студента и его будущей профессиональной деятельностью должна вестись постоянно.

Несмотря на обилие современных технических и информационно-коммуникационных средств обучения, по-прежнему главным средством работы учителя математики являются доска и мел. Все формулы, теоремы, чертежи, элементы доказательства и пр. должны появляться не как готовый продукт, а постепенно, в реальном времени. Именно поэтому одной из важных особенностей работы в дистанционных условиях стало использование различных компьютерных приложений. При обучении алгебраическим дисциплинам мы использовали возможности стандартной программы Microsoft Paint, которая позволяет осуществить рукописный ввод, сделать простейшие чертежи и рисунки, вставить необходимые иллюстрации. Лекция проходит в режиме реального времени, студент успевает записать необходимые фрагменты, обдумать и обсудить основные положения.

Важнейшим инструментом учебного процесса в подобных условиях является осуществление рефлексии и обратной связи: после каждой лекции студент должен заполнить форму, в которой он анализирует интересные или спорные моменты, отмечает затруднения, дает оценку своей работе, может задать вопрос. Для данной работы используется приложение Microsoft Forms. Следует заметить, что обучающиеся активно используют возможности этого приложения: задают вопросы, вносят замечание и предложения, что позволяет оптимизировать обучение и повысить его эффективность.

Следует отметить, что Microsoft Teams дает возможность для индивидуализации образовательной траектории студента с помощью такого инструмента, как «Задание». После каждой лекции учащиеся получают индивидуальное задание для более глубокого понимания изученного материала. Задания оцениваются и их результаты оперативно вносятся в балльно-рейтинговую систему университета.

Практические занятия проводятся в обычном аудиторном режиме, если позволяет эпидемиологическая ситуация. Если

же учебная группа вынуждена соблюдать карантин, то и практические занятия проводятся дистанционно, в Microsoft Teams.

Сочетание очной и дистанционной форм работы высоко оценивается всеми участниками учебного процесса. В числе основных достоинств студенты видят высокое качество изложения и хороший звук, что не всегда возможно в аудитории для большого количества студентов. Безусловным достоинством онлайн-лекции является возможность использования различных типов материалов, например видео — не всегда такая возможность бывает в реальной аудитории.

Помимо этого, работа в дистанционном режиме позволила оптимизировать внеаудиторные занятия: так, например, занятия научно-образовательного кружка «Нестандартные задачи элементарной математики» в текущем учебном году проводятся дистанционно, что позволяет всем его участникам разных курсов присутствовать на занятиях в удобное для них время без каких-либо неудобств для себя. Видимо, в связи с этим количество постоянных участников существенно возросло, намного активнее стали работать студенты младших курсов.

Дополнением к аудиторным занятиям стало компьютерное тестирование в учебной среде Moodle. Тесты используются не только для промежуточного контроля, но и в обучающем режиме. Поскольку банк тестовых вопросов значительно превышает количество тестируемых, практически каждый студент получает индивидуальный вариант, что позволяет избежать ситуации академического мошенничества. Банк тестовых заданий постоянно пополняется, что позволяет совершенствовать систему контроля.

Таким образом, вынужденная работа в условиях карантинных ограничений обогатила методическую систему организации самостоятельной работы будущего учителя математики новыми формами и средствами обучения.

### Литература

1. Мордкович А.Г. О некоторых проблемах школьного математического образования // Математика в школе. — 2012, № 10, с. 35–43.

### Сведения об авторе

**Жмурова Ирина Юньевна**, кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры теории и методики математического образования Южного федерального университета, методика высшей школы, [iyzhmurova@sfedu.ru](mailto:iyzhmurova@sfedu.ru)

**З.И. Исаева**

Чеченский государственный педагогический университет,  
Грозный, Россия

## ТЕХНОЛОГИЯ ПРОБЛЕМНОГО ОБУЧЕНИЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

**Аннотация:** в данной статье рассматривается технология проблемного обучения на уроках математики. В статье освещены основные моменты алгоритма проведения занятия при использовании данного метода, а также средства для формирования необходимых условий для осуществления данного метода. В статье также рассмотрены функции и роль учителя и различие его действий с его традиционной формой преподавания.

**Ключевые слова:** педагогика, метод проблемного обучения, современный образовательный процесс, математика, личностно-ориентированный урок.

**Z.I. Isaeva**

Chechen State Pedagogical University, Grozny, Russia

## TECHNOLOGY OF PROBLEM-BASED LEARNING IN MATH LESSONS

**Abstract:** This article discusses the method of using the elements of problem-based learning in modern education, in particular in mathematics lessons. The article highlights the main points of the algorithm for conducting classes using this method, as well as the means for creating the necessary conditions for the implementation of this method. The article also considers the functions and role of the teacher and the difference in his actions with his traditional form of teaching.

**Keywords:** pedagogy, the method of problem-based learning, the modern educational process, mathematics, a personality-oriented lesson.

Современная образовательная деятельность школ, средних и высших учебных заведений на сегодняшний день достигла апофеоза своего развития. В современный образовательный процесс на всех уровнях внедряются новые технологии и методы преподавания и обучения. Огромное значение придается качеству изложения материала и самому процессу обучения детей в школах. На протяжении многих лет российское образование постоянно менялось и модернизировалось. Опытным путем определялись прогрессивные методики преподавания и обучения. Благодаря постоянному развитию и обновлению

образовательных программ в образовательной сфере появилось множество прогрессивных способов и подходов преподавания.

Метод проблемного обучения один из основных методов, который внедрился в современную систему образования наряду с другими методами и хорошо зарекомендовал себя как средство преподавания и обучения детей. При разработке любых обучающих методов и подходов необходимо рассматривать процесс влияния на психику и сознательные, когнитивные процессы личности обучающегося. Метод проблемного обучения характеризуется определенным алгоритмом операций, осуществляемых преподавателем в процессе занятия, которые подразумевают ряд конкретных ступеней при изложении материала:

- ощущение трудности;
- ее обнаружение и определение;
- выдвижение замысла ее разрешения (формулировка гипотезы);
- формулировка выводов, следующих из предполагаемого решения (логическая проверка гипотезы);
- последующие наблюдения и эксперименты, позволяющие принять или опровергнуть гипотезу.

Суть проблемного обучения состоит в том, что оно направлено на привитие и овладение конкретными знаниями, которые излагает преподаватель, то есть знания не только по определенной теме урока, а также развитие творческих и мыслительных способностей. При проблемном методе обучения и преподавания материала развиваются когнитивные способности учащихся, формируется осознание самого себя и окружающего мира. Субъект таких взаимоотношений, то есть ученик учится ставить, выявлять проблему, ставить гипотезу, то есть предположение того, что может исправить проблему, или улучшить текущее состояние.

Проблемное обучение — это тип развивающего обучения, в котором сочетаются самостоятельная систематическая поисковая деятельность учащихся с усвоением ими готовых выводов науки, а система методов построена с учетом целеполагания и принципа проблемности; процесс взаимодействия преподавания и учения ориентирован на формирование мировоззрения учащихся, их познавательной самостоятельности, устойчивых мотивов учения и мыслительных (включая и творческие) способностей в ходе усвоения ими научных понятий и способов деятельности, детерминированного системой проблемных ситуаций.

С точки зрения дидактики процесс проблемного обучения на уроках математики характеризуется такими особенностями как формулирование проблемы и предложение проблемы учителем в аудитории, которую ученики не могут решить, исходя лишь из своих каких-то базовых фундаментальных знаний. То есть, для того чтобы найти решение проблемы, ответ на поставленный вопрос, ученикам необходимо задавать дополнительные, направляющие, вспомогательные вопросы, выстраивать у себя в голове причинно-следственные связи, которые ведут непосредственно к тому или иному ответу.

Роль преподавателя на уроке в таком формате в основном регулирующая и контролирующая.

Для формирования проблемных ситуаций в рамках реализации метода проблемного обучения на уроках математики преподаватель должен изучить и проанализировать множество работ и учебно-методической литературы. Более того, преподаватель должен учитывать состояние подготовленности учеников к такому методу и новым знаниям, возможно, что ученики в силу психологических особенностей не смогут найти ответ на поставленный вопрос, при условии, если они смогут сформулировать проблему. Поэтому со стороны преподавателя чрезвычайно важно ответственно подходить к подготовке занятий.

Для осуществления поисковой и исследовательской деятельности на уроке при использовании проблемного метода обучения преподавателем должны применяться ряд средств, которые способствуют успешному формированию учебной и исследовательской деятельности на занятии, одно из таких средств — личностно-ориентированный урок.

Личностно-ориентированный урок — характерно новое явление в условиях российского образования. Данная технология ведения занятий появилась не так давно, но уже отлично зарекомендовала себя в обществе методистов и педагогов. Данная концепция кардинально меняет форму взаимодействия ученика и учителя.

Традиционная форма проведения занятий подразумевала два основных типа ведения урока: лекция и практическое занятие.

Личностно-ориентированный урок меняет не только ментальную составляющую данной практики, но и саму структуру организации занятий. Соответственно данная форма ведения урока требует другой подготовки учителей.

Особое внимание стоит обратить на тот факт, что при практике данного подхода наиболее активно задействуются те или иные творческие способности, что положительно влияет на реализацию творческого потенциала ученика.

Главная цель личностно-ориентированного урока — развитие учащихся, создание преподавателем таких условий, чтобы ученик, то есть субъект деятельности учителя, был заинтересован в собственной деятельности. Деятельность учителя при личностно-ориентированном уроке должна быть организована так, чтобы в процессе занятия создавалась атмосфера сотрудничества ученика и учителя. А процесс общения принимал форму диалога, дискуссии.

Что касается ролей в ходе занятия такого формата, то ученик занимает ключевое место. Учитель же создает условия для анализа информации, а также воодушевляет, поощряет и координирует работу ученика. При подготовке и проведении личностно-ориентированного урока учитель должен выделить основополагающие направления своей деятельности, выдвигая на первый план ученика, затем деятельность, определяя собственную позицию.

В заключение можно отметить, что использование элементов технологии проблемного обучения весьма эффективно не только для использования на уроках математики, но и на занятиях других дисциплин. Более того такая модель преподавания успешно используется в американских и европейских институтах, которые входят в Мировой топ лучших учебных заведений мира.

### Литература

1. Бабанский Ю.К. Проблемное обучение как средство повышения эффективности учения школьников. Ростов-на-Дону, 1970.
2. Идеи Дж. Дьюи и Чикагская лабораторная школа. «На пути к совершенству», перев. Цирцилина, М.: «Совершенство», 1997
3. Занков Л.В. Развитие учащихся в процессе обучения. М.: АПН РСФСР, 1963.
4. Ильницкая И.А. Проблемные ситуации и пути их создания на уроке. М., 1985.
5. Леонтьев А.Г. Педагогические ситуации. Как учить? // Знание — сила. № 2. 1990.
6. Матюнин Б.Г. Нетрадиционная педагогика. М.: Школа — Пресс, 1994.
7. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. М., 1972.

8. Махмутов М.И. Организация проблемного обучения в школе. М., 1983.
9. Махмутов М.И. Проблемное обучение. М., 1975.
10. Махмутов М.И. Проблемное обучение. Основные вопросы теории. М.: Педагогика, 1975.
11. Махмутов М.И. Теория и практика проблемного обучения. Казань.: Таткнигоиздат, 1972.
12. Мельникова Е.Л. Технология проблемного обучения. Школа 2100. Образовательная программа и пути ее реализации. М.: Баласс, 1999.
13. Методические рекомендации по освоению активных методов обучения. М.: ЦМКПК, 1991.
14. Мочалова Н.М. Методы проблемного обучения и границы их применения. Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1979.
15. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования / Под ред. Е.С. Полат. М.: Академия, 1999.
16. Оконь В.В. Основы проблемного обучения. М., 1986.
17. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии. М., 1998.

### Сведения об авторе

**Исаева Зарема Имрановна**, кандидат педагогических наук, доцент кафедры геометрии и методики преподавания математики ФГБОУ ВО ЧГПУ, zarema\_isaeva95@mail.ru, реализация деятельностного подхода при изучении математики в школе и вузе.

**В.А. Лецко**

Волгоградский государственный  
социально-педагогический университет

**А.А. Долгов**

МОУ «Гимназия № 3 Центрального района Волгограда»

## НЕКОТОРЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ $m$ -МНОГОГРАННИКОВ

**Аннотация:** В статье предлагается классификация выпуклых многогранников, при которой многогранник относится к классу  $m$ , если наибольшее количество граней, имеющих поровну сторон, равно  $m$ . Найдены и обоснованы наибольшие и наименьшие возможные количества граней, вершин и ребер многогранника в зависимости от  $m$ . Рассматриваются также вопросы о наибольшем количестве сторон в грани и наибольшей степени вершины многогранника при данном  $m$ .

V.A. Letsko

Volgograd state socio-pedagogical university

A.A. Dolgov

Municipal Educational Institution

«Gymnasium 3 of the Central district of Volgograd»

## SOME CHARACTERISTICS OF $m$ -POLYHEDRA

Введем обозначения, которых будем придерживаться до конца данной работы. Мы будем рассматривать только выпуклые многогранники, поэтому слово «выпуклый» в дальнейшем будем опускать. Через  $v, f$  и  $e$  будем обозначать соответственно количества вершин, граней и ребер многогранника  $P$ . Вектором граней многогранника  $P$  назовем набор  $[f_3, f_4, \dots, f_s]$ , где  $f_i$  — количество  $m$ -угольных граней  $P$ , а  $s$  — наибольшее число сторон в гранях.

Будем говорить, что  $P$  относится к классу  $m$ , если  $\max(f_i) = m$ . Для краткости договоримся называть многогранник, относящийся к классу  $m$ ,  $m$ -многогранником. Понятно, что каждый многогранник является  $m$ -многогранником для подходящего  $m$ .

Двойственным вектору граней является вектор вершин —  $[v_3, v_4, \dots, v_t]$ , где  $v_i$  — количество вершин, имеющих степень  $i$ , а  $t$  — наибольшая степень вершины. По аналогии с  $m$ -многогранниками можно рассматривать многогранники, у которых  $\max(v_i)$  равен фиксированному натуральному числу. Но мы не будем этого делать, поскольку все результаты для этого случая автоматически получатся из наших на основании принципа двойственности.

В порядке предостережения заметим, что векторы граней и вершин взаимозаменяемы не в любых ситуациях. Так, вектор граней однозначно определяет количество диагоналей многогранника, а для вектора вершин это не так. Например, многогранник с вектором вершин  $[4, 2, 0, 1]$  может иметь как 3, так и 4 диагонали. (Здесь нет никакого противоречия с принципом двойственности, поскольку понятие «диагональ» — не является самодвойственным.)

Приведем несколько широко известных и легко проверяемых фактов из комбинаторной теории многогранников, на которые мы будем опираться в дальнейшем. Для каждого многогранника справедливо соотношение Эйлера (1) и следующие неравенства:

$$v - e + f = 2 \quad (1)$$

$$3v \leq 2e, \quad 3f \leq 2e \quad (2)$$

$$e \leq 3f - 6, \quad e \leq 3v - 6 \quad (3)$$

$$v \leq 2f - 4, \quad f \leq 2v - 4 \quad (4)$$

Соотношение (1) вместе с любой из пар неравенств (2), (3), (4) дает необходимые и достаточные условия того, что тройка натуральных чисел  $v, e, f$  соответствует количеству вершин, ребер и граней некоторого многогранника. Каждое из первых неравенств (2), (3), (4) обращается в равенство тогда и только тогда, когда многогранник является простым, то есть степень каждой его вершины равна 3. Аналогично, обращение в равенство каждого из вторых неравенств (2), (3), (4) равносильно тому, что все грани многогранника — треугольники.

Вектор граней однозначно определяет характеристики  $v, e$  и  $f$ . В самом деле, очевидно, что

$$f = \sum_{i=3}^s f_i, \quad e = \frac{1}{2} \sum_{i=3}^s i \cdot f_i \quad (5)$$

А зная  $f$  и  $e$  легко найти  $v$  из (1).

Перепишем первое из неравенств (3) в виде  $6f - 2e \geq 12$ . Подставив вместо  $f$  и  $e$  их выражения из (5), получим соотношение

$$\sum_{i=3}^s (6 - i) f_i \geq 12 \quad (6)$$

Ясно, что неравенство (6) обращается в равенство тогда и только тогда, когда многогранник является простым. Неравенство (6) впервые было получено Виктором Эберхардом. Более сложно доказывается теорема Эберхарда, утверждающая, что если для некоторого набора значений  $f_i$ , где  $i \neq 6$ , справедливо  $\sum_{i=3}^s (6 - i) f_i = 12$ , то обязательно найдется значение  $f_6$ , для которого существует многогранник с вектором граней  $[f_3, \dots, f_s]$ .

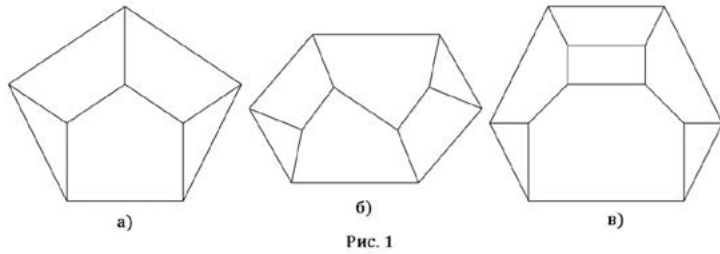
С каждым многогранником естественным образом ассоциирован некоторый граф, вершины и ребра которого соответствуют вершинам и ребрам многогранника. Наряду с соотношением (6), ключевую роль в дальнейших рассуждениях играет теорема Штайница:



Граф любого выпуклого многогранника является планарным и трехсвязным. Обратное: любой планарный трехсвязный граф является графом выпуклого многогранника.

Доказательства приведенных утверждений можно найти, например, в [1].

Изучение  $m$ -многогранников мы начнем с частных случаев, отвечающих малым значениям  $m$ . Очевидно, что  $m$  не может быть равно 1 (например, на основании соотношения Эберхарда). Для  $m = 2$  соотношению (6) удовлетворяют ровно 3 вектора:  $[2, 2, 2]$ ;  $[2, 2, 2, 1]$ ;  $[2, 2, 2, 2]$ .



Из рисунка 1 на основании теоремы Штайница можно заключить, что для каждого из этих векторов существуют соответствующие многогранники.

Но уже 3-многогранники отвечают более чем двум сотням различных векторов граней. В комбинаторной теории многогранников не различают топологически эквивалентные многогранники, то есть такие, что один из них может быть преобразован в другой с помощью некоторого биективного взаимно непрерывного отображения, при котором вершины переходят в вершины, а ребра — в ребра. Многогранники, имеющие одинаковые векторы граней, не обязаны быть топологически эквивалентны. Поэтому число классов-многогранников исчисляется тысячами уже для  $m = 3$ .

В настоящей работе мы сосредоточимся на изучении возможных значений основных характеристик  $m$ -многогранников в зависимости от значения  $m$ .

Наименьшее возможное количество вершин 2-многогранника, равно 8 (рис. 1.а). Треугольная призма имеет 6 вершин и это, очевидно, наименьшее возможное количество вершин среди 3-многогранников.

Пусть  $m = 2k$ , где  $k > 1$ . Тогда  $v_{min}(m) = k + 2$ . Это значение достигается для  $m$ -многогранника, все грани которого

треугольны. При нечетных  $m$  такая ситуация невозможна, поскольку многогранник не может иметь нечетное количество граней с нечетным числом сторон. Придется к  $m$  треугольным граням добавить одну пятиугольную. Такой многогранник всегда можно получить, стартуя с пятиугольной пирамиды и надстраивая низкие (чтобы не нарушить выпуклости) тетраэдры над треугольными гранями. Поэтому при  $m = 2k + 1$ , где  $k > 1$ ,  $v_{min}(m) = k + 4$ .

Таким образом, для наименьшего количества вершин  $m$ -многогранника имеем

$$v_{min}(m) = \begin{cases} 8 & \text{для } m = 2 \\ 6 & \text{для } m = 3 \\ k + 2 & \text{для } m = 2k, k > 1 \\ k + 4 & \text{для } m = 2k + 1, k > 1 \end{cases} \quad (7)$$

Наименьшее возможное количество граней  $m$ -многогранника описывает формула (8).

$$f_{min}(m) = \begin{cases} 6 & \text{для } m = 2 \text{ и } m = 5 \\ 5 & \text{для } m = 3 \\ 8 & \text{для } m = 7 \\ m & \text{для остальных } m \end{cases} \quad (8)$$

Значения 6 и 5 при  $m = 2$  и  $m = 3$  вновь достигаются соответственно для многогранника на рис. 1.а и треугольной призмы. Значения 6 и 8 при  $m = 5$  и  $m = 7$  соответствуют пирамидам. Их минимальность следует из того, что многогранник не может иметь нечетное количество нечетноугольных граней. А также из того, что пятигранников и семигранников, все грани которых являются четырехугольниками, не существует. То, что все грани многогранника не могут иметь одно и то же четное число сторон, большее 4, следует из соотношения (6).

Остается показать, что для всех остальных значений  $m$   $f_{min}(m) = m$ . Для четных  $m$  подходящими многогранниками будут тетраэдр при  $m = 4$  и бипирамиды для остальных  $m$ . Покажем, что для всех нечетных значений  $m$ , начиная с 9, существуют многогранники, все  $m$  граней которых четырехугольны. На рисунке 2 изображен граф девятигранника, все грани которого являются четырехугольниками. Пунктирными линиями показано, как превратить его в граф, многогранника, имеющего на 2 четырехугольных грани больше.

Очевидно, что подобную процедуру можно повторять сколько угодно раз.

Наименьшее возможное количество ребер  $m$ -многогранника, за исключением случаев малых  $m$ , достигается у многогранников, все грани которых треугольны, для четных  $m$ , и многогранников, у которых одна грань пятиугольна, а остальные треугольны — для нечетных.

$$e_{\min}(m) = \begin{cases} 12 & \text{для } m = 2 \\ 9 & \text{для } m = 3 \\ 3k & \text{для } m = 2k, k > 1 \\ 3k + 4 & \text{для } m = 2k + 1, k > 1 \end{cases} \quad (9)$$

12 ребер имеется у многогранника на рис. 1.а, а 9 — у треугольной призмы.

Задача отыскания максимальных значений основных характеристик  $m$ -многогранников гораздо более содержательна.

Нахождение наибольшего возможного количества граней  $m$ -многогранников, как обычно начнем с рассмотрения малых значений  $m$ .

При  $m = 2$  наибольшее количество граней (а также вершин и ребер) очевидно имеет многогранник, граф которого представлен на рис. 1.в.

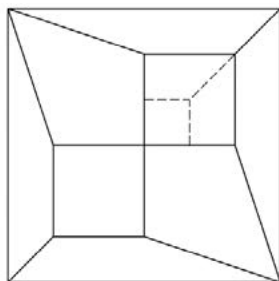


Рис. 2

Но уже следующий случай  $m = 3$  нетривиален. Ясно, что наибольшее число граней должен иметь 3-многогранник с любым из следующих векторов граней:  $[3, 3, 3, 3, 2, 2]$ ;  $[3, 3, 3, 3, 0, 1]$ . Добавить хотя бы одну грань невозможно в силу неравенства (6). Но для того, чтобы доказать, что  $f_{\max}(3) = 16$ , необходимо доказать существование многогранников, отвечающих хотя бы одному из данных векторов. Оказывается, су-

ществуют многогранники, отвечающие каждому из этих векторов. Соответствующие графы представлены на рисунке 3.

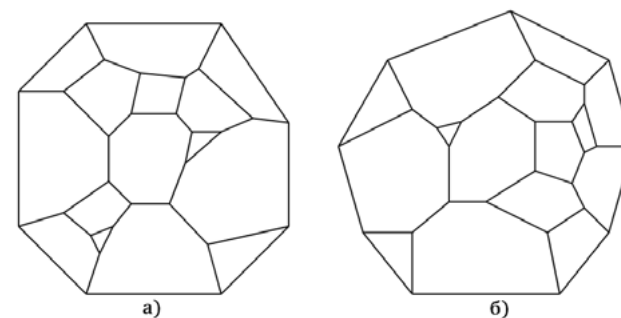


Рис. 3

Формулу для  $f_{\max}(m)$  для остальных  $m$  мы выведем отталкиваясь от случая  $m = 4$ . Для этого случая, в отличие от предыдущего, возможно максимально плотное наполнение вектора граней:  $[4, 4, 4, 4, 4, 4]$ . Граф соответствующего многогранника представлен на рис. 4.а. Поскольку  $\sum_{i=3}^9 (6-i) = 0$ , при увеличении  $m$  на 1 нельзя добавить более 7 граней, а ровно 7 граней можно добавить, только если это будут грани, имеющие 3, 4, ..., 9 сторон.

Таким образом, справедливо соотношение

$$f_{\max}(m) \leq 7m - 4.$$

Докажем, что эта оценка достижима для любого  $m \geq 4$ . На рисунке 4 показано как превратить 4-многогранник с вектором  $[4, 4, 4, 4, 4, 4]$  в 5-многогранник с вектором  $[5, 5, 5, 5, 5, 5, 1]$ . Заметим, что все изменения соответствующего графа происходят только внутри области, выделенной на рис. 4.а и не затрагивают остальных граней. Но самое главное, в новом графе (рис. 4.б) можно выделить область, изоморфную (как граф) области на рис. 4.а, которую мы подвергли модификации, чтобы получить граф многогранника с вектором  $[5, 5, 5, 5, 5, 5, 1]$ . Но это означает, что мы можем проделать подобное преобразование сколько угодно раз. Окончательно получаем

$$f_{\max}(m) = \begin{cases} 8 & \text{для } m = 2 \\ 16 & \text{для } m = 3 \\ 7m - 4 & \text{для } m \geq 4 \end{cases} \quad (10)$$

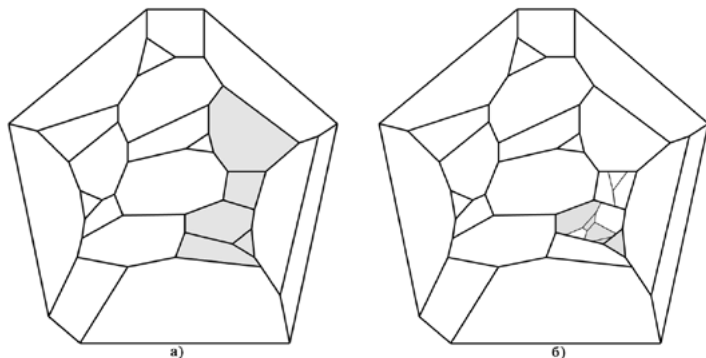


Рис. 4

Разумеется, у одного многогранника может быть меньше граней, но при этом больше вершин, чем у другого.

Например, у шестиугольной пирамиды всего 7 граней против 8 у октаэдра, но при этом у нее 7 вершин, а у октаэдра всего 6. Однако, наибольшее для каждого  $m$  количество вершин достигается у  $m$ -многогранника, имеющего наибольшее количество граней. В самом деле,  $m$ -многогранники с наибольшим количеством граней являются простыми. Значит, для них выполняется равенство  $v = 2f_{max}(m) - 4$ , в то время как для других  $m$ -многогранников  $v \leq 2f - 4$  для некоторого  $f \leq f_{max}$ . Приведенное рассуждение вместе с формулой (10) дает следующее выражение для наибольшего возможного количества вершин  $m$ -многогранников

$$v_{max}(m) = \begin{cases} 12 & \text{для } m = 2 \\ 28 & \text{для } m = 3 \\ 14m - 12 & \text{для } m \geq 4 \end{cases} \quad (11)$$

Поскольку наибольшие возможные количества вершин и граней достигаются для одних и тех же  $m$ -многогранников, на основании (1) ясно, каковы будут наибольшие возможные значения для количества ребер:

$$e_{max}(m) = \begin{cases} 18 & \text{для } m = 2 \\ 42 & \text{для } m = 3 \\ 21m - 18 & \text{для } m \geq 4 \end{cases} \quad (12)$$

Отметим, что не все промежуточные значения между  $v_{min}(m)$  и  $v_{max}(m)$  могут быть количествами вершин некоторо-

го  $m$ -многогранника. Так, например, ни один  $m$ -многогранник не может иметь  $v_{max}(m) - 1$  вершин. В самом деле, как показано выше, наибольшее количество вершин достигается у простых  $m$ -многогранников. Для таких многогранников  $v_{max}(m) = 2f_{max}(m) - 4$ . А для остальных  $m$ -многогранников количество вершин не превышает  $2f - 4$ , где  $f < f_{max}(m)$ .

Аналогично, количество ребер  $m$ -многогранника не может принимать значений  $e_{max}(m) - 1$  и  $e_{max}(m) - 2$ . В то же время, количество граней  $m$ -многогранника, по-видимому, может быть любым натуральным числом  $f_{min}(m)$  до  $f_{max}(m)$ .

Выясним какое наибольшее число сторон может быть у граней  $m$ -многогранника. Ясно, что у 2-многогранника грани не более чем шестиугольны. На рисунке 5 изображен граф 3-многогранника с вектором граней [3, 3, 3, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 1]. На основании соотношения (6) 3-многогранник не может содержать грани с большим числом сторон.

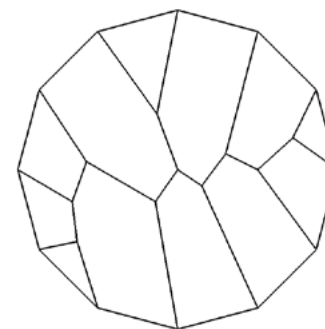


Рис. 5

Начиная с  $m = 4$  ситуация усложняется. Казалось, бы равенство  $4 \sum_{i=3}^6 (6 - i) + (6 - 18) = 12$  не препятствует существованию 4-многогранника, для которого  $s = 18$ . Но одного соотношения (6) недостаточно для существования многогранника. В частности, многогранника, имеющего одну 18-угольную грань и по четыре треугольных, четырехугольных, пятиугольных и шестиугольных грани не существует, поскольку для любого многогранника, очевидно, должно выполняться  $f > s$ . Увеличить  $f$  можно, добавив не менее чем семиугольные грани (меньшие компоненты вектора граней уже насыщены), но тогда  $s = 18$  не пройдет на основании (6).

Оценим  $s_{max}(m)$  сверху в предположении, что  $m \geq 3$ . Положим  $f_3, f_4, f_5$  и  $f_6$  равными  $m$  и обозначим через  $x$

число семиугольных граней. Из соотношения (6) имеем  $6m - x + (6 - s) \geq 12$ , откуда  $s \leq 6m - x - 6$ . С другой стороны,  $s$  не должно превосходить количества остальных (отличных от  $m$ -угольной) граней, то есть  $s \leq 4m + x$ . Складывая два последних неравенства получим оценку

$$s \leq 5m - 3 \quad (13)$$

Первое из неравенств, при сложении которых получилось неравенство (13) превращается в равенство, тогда и только тогда, когда многогранник простой, а второе — когда грань с наибольшим количеством сторон смежна остальным. Таким образом, оценка (13) может быть достижима только при выполнении обоих этих условий. В частности, им удовлетворяет многогранник на рисунке 5. Он и послужит нам отправной точкой доказательства того,  $s = 5m - 3$  для всех  $m \geq 3$ .

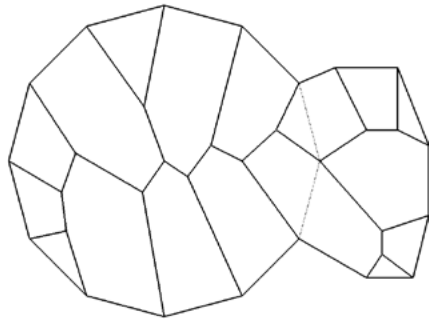


Рис. 6

На рисунке 6 показано как преобразовать граф с рисунка 5 в граф многогранника, у которого на 5 граней (по одной для каждого  $f_i$ , где  $i \in \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ) больше, чем у исходного, 12-угольная грань превратилась в 17-угольную. Важно, что в новом многограннике сохранились треугольная и четырехугольная грани, смежные между собой, а также грани с наибольшим числом сторон. Это позволяет повторять процедуру увеличения  $s$  на 5 с ростом  $m$  на 1 сколько угодно раз.

Таким образом наибольшее возможное число сторон у граней  $m$ -многогранника

$$s_{max}(m) = \begin{cases} 6 & \text{при } m = 2 \\ 5m - 3 & \text{при } m \geq 3 \end{cases} \quad (14)$$

Подставив выражение для  $s$  из равенства  $s = 5m - 3$  в равенство  $s = 4m + x$ , найдем количество семиугольных граней в  $m$ -многограннике, в котором  $s$  достигает максимума:  $x = m - 3$ . Это объясняет, почему формула  $s_{max}(m) = 5m - 3$  не работает для 2-многогранников.

Для максимального значения степени вершины  $m$ -многогранника имеем очевидную оценку

$$deg_{max}(m) \leq 3m - 3 \quad (15)$$

Необходимым условием достижимости этой оценки являются равенства  $f_3 = f_4 = f_5 = m$  и  $f_i = 0$  для всех  $i > 6$ . Для  $m = 2$  приведенная оценка тривиальна. Графы на рисунках 7.а и 7.б доказывают точность оценки (15) для  $m = 3$  и  $m = 4$ . Достижима ли она для больших значений  $m$ , авторам неизвестно.

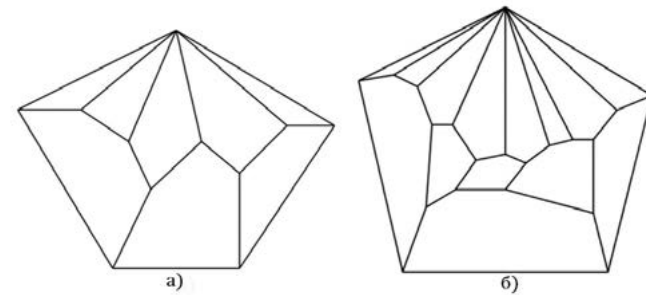


Рис. 7

### Литература

1. В. Грнбаум, Convex Polytopes, 2nd edition, Springer, 2003.

### Сведения об авторах

**Лецко Владимир Александрович**, к. п. н., доцент кафедры высшей математики и физики Волгоградского государственного социально-педагогического университета.

**Долгов Александр Алексеевич**, ученик 11 класса МОУ «Гимназия №3 Центрального района Волгограда».

Н.И. Лобанова

Центр внешкольной работы, Зеленокумск, Россия

## ИЗУЧЕНИЕ СТАРШЕКЛАСНИКАМИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ЦЕЛОСТНОЙ КАРТИНЫ МИРА

*Аннотация:* Применительно к обучению математике содержательную базу для установления взаимосвязи предметного содержания с фактами и закономерностями реального мира представляют дифференциальные уравнения, являющихся моделями многих природных явлений и процессов.

N.I. Lobanova

Center for extracurricular activities, Zelenokumsk, Russia

## STUDY OF HIGH SCHOOL PERSONS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS AS A MEANS OF FORMING A WHOLE PICTURE OF THE WORLD

Как известно, человеку свойственно познание окружающей действительности. Этому способствует проявляемое им любопытство, естественная любознательность. Г.И. Щукина [1] называла эти склонности человека первыми ступенями в развитии познавательного интереса, стремления к познанию. В результате познавательной деятельности человек приобретает знания о мире, которые могут быть эмпирическими, если они добыты в ходе эмпирического познания с помощью имеющихся у человека анализаторов (зрительного, звукового, обонятельного, вкусового, кожного, вестибулярного), а могут быть абстрактными, рациональными и иррациональными, если они получены в ходе абстрактного познания благодаря, в первую очередь, абстрактному мышлению, а также воображению и интуиции. В результате взаимодействия всех имеющихся разрозненных знаний о мире в сознании человека формируется целостное знание мира, видение мира в форме **картины мира**. Причем она получается не путем простого объединения всей суммы накопленных разрозненных знаний, а в результате их сложной интеграции [2].

Первые определения понятия «картина мира» даны в работах Л. Витгенштейна [3;4], Й.Л. Вайсгербера [5], В. Гумбольдта [6]. В данных исследованиях понятие «картина мира» было соотнесено с понятием «целостное мировоззрение», в связи с чем, категория «целостности» стала центральной характеристикой при исследовании картины мира.

Многие исследователи, и в частности, Ф.Ф. Корочкин считает, что существующее «дробление целостной картины мира на отдельные частнонаучные картины мира не способствует преодолению растворенности субъекта, неопределенности его места и статуса в самой сфере человеческого присутствия» [7].

На позиции целостности базируются определения картины мира в работах В.С. Степина [8], Г.Д. Гачева [9], А.Я. Гуревича [10], М.М. Бахтина [11], Е.С. Яковлевой [12], Т.Ф. Кузнецовой [13] и др. Целостность, по мнению авторов, определяется функционированием категории «картина мира» на уровне обобщенного осмысления окружающего мира. С этой точки зрения, «картина мира» представляет собой не только цель осмысления человеком окружающей действительности, но и инструментом активного управления человеком и его жизнедеятельностью во всех сферах. Таким образом, проблематика становления и формирования картины мира является актуальной и на индивидуальном, и на социальном уровне. В связи с этим, исходя из факторов адаптации человека к миру, А.А. Исаев [14] акцентирует в картине мира критерий «человеческой состоятельности».

Взаимосвязь обучения математике в общеобразовательной школе и в рамках дополнительного образования выступает как средство осуществления дидактических принципов *непрерывности, преемственности и системности*, ведущих к *целостности знаний обучающихся, формированию целостной картины мира*.

При решении практико-ориентированных задач происходит установление межпредметных связей, поскольку постановка задач охватывает все области знания и все отрасли человеческой деятельности. Поэтому можно говорить о *предпрофильной подготовке* старшекласников, которым предоставляется возможность познакомиться с практическими задачами разных сфер профессиональной деятельности человека.

Поскольку в рамках учебного времени общеобразовательной школы часов на это не хватает, то целесообразно изуче-

ние методов решений дифференциальных уравнений на основе практико-ориентированного подхода реализовывать в рамках дополнительного образования. Реализация *взаимодействия между общим школьным образованием и дополнительным* в плане учебной деятельности, расширения математического кругозора, ознакомления с непосредственно примыкающими к школьному курсу областями математики, среди которых — дифференциальные уравнения и их приложения, является весьма продуктивной.

Как известно, в учебнике «Алгебра и начала анализа» для 10–11 классов под ред. А.Н. Колмогорова рассматривались дифференциальные уравнения первого порядка (показательного роста и показательного убывания), в которых первая производная пропорциональна самой функции, и дифференциальные уравнения второго порядка, в которых вторая производная функции отличается от самой функции только знаком. Уравнением первого типа описывается процесс радиоактивного распада, а второго типа — гармонические колебания. С понятием дифференциального уравнения старшеклассники знакомятся при изучении предмета «Алгебра и начала анализа». Логично добиться того, чтобы на уроках физики и других предметах естественного цикла (химии, биологии, географии и др.) знания школьников в области дифференциальных уравнений были бы востребованы [15].

Нередко объективные законы, которым подчиняются определенные процессы (явления), можно записать в форме дифференциальных уравнений, и тем самым эти уравнения являются средством для количественного выражения этих законов, то задача ознакомления учащихся старших классов с элементами теории и приложений дифференциальных уравнений является востребованной. Это следует из той важной роли и доступности ясного понимания этой задачи, которую играют дифференциальные уравнения в математике и естествознании (физике, астрономии, химии, биологии, медицине, экономике и других). Отсюда необходимость и целесообразность обучения школьников решению дифференциальных уравнений и возникших из практики задач, решаемых с помощью дифференциальных уравнений в системе дополнительного образования [16], поскольку в рамках обязательного среднего образования этот материал практически отсутствует.

При определении содержания и характера изложения материала теории дифференциальных уравнений в системе до-

полнительного образования следует учитывать ряд детерминантов:

1. Указанный материал не должен дублировать вузовский курс, он должен иметь практико-ориентированный характер и, вместе с тем, обладать элементами ярко выраженной новизны для старшеклассников

2. Особое внимание целесообразно уделять развитию гуманитарной составляющей математического образования (история математических открытий, происхождение терминов и символов, фрагменты из жизни математиков и др.).

3. Необходимо обеспечивать в полной мере реализацию активной деятельности школьников, способствующей развитию их мыслительных операций, способов рассуждений, творческих инициатив.

Из всего сказанного выше вытекает, что целостную картину мира у старшеклассников без изучения дифференциальных уравнений почти невозможно сформировать. Изучение старшеклассниками элементов теории дифференциальных уравнений целесообразно реализовывать в системе дополнительного образования и оно должно строиться на основе практико-ориентированного подхода с использованием метода математического моделирования [17].

### Литература

1. Шукина Г.И. Проблема познавательного интереса в педагогике. М.: Педагогика, 1971. — 351 с.
2. Цюпка В.П. О формировании картин мира, в том числе научной, естественнонаучной, физической, химической и биологической // Проблемы формирования картин мира в сознании. URL: <http://econf.rae.ru/article/6263> (дата обращения: 15.04.2020).
3. Витгенштейн Л. Философские работы / Пер. с нем. М. С. Козловой и Ю. А. Асеева. Ч. I. — М.: Гнозис, 1994. — 612 с. ISBN 5-7333-0468-5.
4. Витгенштейн Л. Философские работы. Ч. II. Замечания по основаниям математики. — М.: Гнозис, 1994. — 612 с.
5. Вайсгербер Йохан Лео / Родной язык и формирование духа / Пер. с нем., вступ. ст. и коммент. О.А. Радченко. Изд. 2-е, испр. и доп. — М.: Едиториал УРСС, 2004. — 232 с. (История лингвофилософской мысли.) ISBN 5-354-00843-3.
6. Гумбольдт В. Язык и философия культуры. — М.: Прогресс, 1985. — 450 с.
7. Корочкин Ф. Ф. Картина мира и образ мира как технологии социогуманитарного исследования [Электронный ресурс] / Ф. Ф. Корочкин // URL: <http://aesthetics-herzen.narod.ru/issl.html> (дата обращения: 20.08.2017).

8. Степин В.С. Философия науки. Общие проблемы. М.: Гардарики, 2006. — 384 с. ISBN 5-8297-0148-0.

9. Г.Д. Гачев, Ментальности народов мира. — М.: Изд-во: Эксмо, 2008. — 450 с. ISBN: 978-5-699-28541-9.

10. Гуревич А.Я. Индивид и социум на средневековом Западе. — М.: «Российская политическая энциклопедия» (РОССПЭН), 2005. — 424 с.

11. М. М. Бахтин. Собрание сочинений в 7 томах. Том 1. Философская эстетика 1920-х годов. — М.: Русские словари; Языки славянской культуры, 2003. — 957 с.

12. Яковлева, Е. С. Фрагменты русской языковой картины мира (модели пространства, времени и восприятия) [Электронный ресурс] / Е. С. Яковлева. — М.: Языки славянской культуры, 1994. — 345 с. — (Язык. Семиотика. Культура). — На тит. листе указ. изд-во: Гнозис. — ISBN 5-7333-0424-8. — Режим доступа: <https://rucont.ru/efd/191885> (дата обращения: 20.12.2020).

13. Кузнецова Т.Ф. Культурная картина мира: теоретические проблемы : науч. монография. — М.: ГИТР. 2012. — 250 с.

14. Исаев А.А. Философия как экзистенциальный выбор / А. А. Исаев // Философские науки. 2005. №6. С.59–72.

15. Коваленко И.Б. Установление межпредметных связей при решении задач в средней школе методом дифференциальных уравнений // Экология и здоровье человека. Экологическое образование. Математические модели и информационные технологии: тезисы VI международной конференции. Краснодар, 2001. С. 160–167.

16. Аммосова Н.В., Коваленко Б.Б., Лобанова Н.И. Знакомство с приложениями дифференциальных уравнений в системе дополнительного образования // Сборник научных трудов Шестой Международной конференции «Актуальные проблемы современного образования. Синергетические подходы в решении проблем науки, культуры и современного образования». — Астрахань, 2017. Вып. 1(22). С. 71–76.

17. Lobanova N.I., Ammosova N.V., Rodionov M.A., Akimova I.V., Puchcov N.P. Elements of the theory of differential equations as a means of forming ideas about a holistic picture of the world among senior students // International Congress on Academic Research in Society, Technology and Culture / «European Proceedings of Social and Behavioural Sciences». Web of Science Core Collection. Том 92 — SCTMG 2020 P. 3082-3099. Doi : 10.15405 / epsbs.2020.10.05.410.

#### Сведения об авторе

**Лобанова Наталья Ивановна**, педагог дополнительного образования, Муниципальное учреждение дополнительного образования «Центр внешкольной работы г. Зеленокумск», [lobantchik@yandex.ru](mailto:lobantchik@yandex.ru), методика преподавания математики.

**И.С. Лопатина**

МОУ СШ № 30 им. С.Р.Медведева, Волжский, Россия

### «МЕНТОРСТВО» КАК ФОРМА РАБОТЫ С ОДАРЕННЫМИ ДЕТЬМИ

**Аннотация:** В данной статье автор кратко знакомит с системой работы по построению индивидуальной траектории развития учащихся.

**Ключевые слова:** ментор, менторство, тьютор, тьюторское сопровождение, индивидуализация, образовательный процесс.

**I.S. Lopatina**

Secondary school No. 30 named after S.R. Medvedeva,  
Volzhsky, Russia

### “MENTORING” AS A FORM OF WORK WITH GIFTED CHILDREN

Каждая личность по-своему уникальна, невозможно найти двух абсолютно одинаковых людей, даже похожие внешне как две капли воды близнецы обладают совершенно разными характерами и темпераментами. Воспитание и обучение должно строиться именно исходя из этого, поскольку любое воздействие на ребенка проходит сквозь призму его внутренних установок, сталкивается с особенностями его характера, темперамента. Без учета индивидуальных особенностей ребенка невозможно воспитать в нем всесторонне развитую личность, невозможно раскрыть весь его творческий потенциал. Индивидуализация обучения означает, что оно ориентируется на индивидуально-психологические особенности ученика, строится с учетом этих особенностей. В реализации такого обучения помогает менторство, что означает «наставничество», а «ментор» — «наставник». Менторство или менторинг — это процесс взаимодействия учителя-тьютора с учеником, заключающийся в передаче ментором своих знаний, навыков, опыта ученику, для того чтобы тот тоже получил определенные положительные результаты в заданной области.

Индивидуальный подход — важнейший психолого-педагогический принцип, согласно которому в учебно-воспитательной работе с детьми должны учитываться все индивидуальные особенности каждого ребенка, поскольку без их учета любое педагогическое воздействие может иметь совсем не тот эффект, на который оно было рассчитано.

Цель менторской практики: индивидуализация обучения на различных возрастных ступенях, посредством создания и работы учащегося по индивидуальной образовательной программе, сопровождающейся учителем-тьютором. Главная задача — это раскрытие способностей каждого ученика, воспитание личности, готовой к жизни в высокотехнологичном, конкурентном мире.

В пятом классе, начиная преподавание математики, мои ученики работают с картой «УМКА», которая расшифровывается как карта «Успешности Математических Компетенций Аттестуемого». В карте обучающиеся сами оценивают понимание ключевых тем курса математики 5 и 6 класса, заполняя разделы «Сложные для меня темы» и «Чего я хочу достичь?» (если есть проблемы, то совместно с учителем устраняют пробелы, а устранив пробел, стирают эту проблему ластиком). В карте есть страничка «Мои достижения», где заполняются результаты конкурсов и олимпиад различного уровня и самая сложная страничка «Портрет моего Я», на которой обучающийся должен заполнить разделы «Научиться — Достичь — Развить — Задуматься». Карта позволяет развивать рефлексивные навыки и определять статус ученика в его мире познания математики. В 7–8 классах формируются классы с углубленным изучением математики и создается неструктурированная и избыточная образовательная среда, которая позволяет ученику совместно с ментором проектировать последующие шаги образовательной навигации. Самосовершенствоваться обучающемуся помогает школа «Учись учиться», участие в конкурсах, в перечневых олимпиадах. Каждый ученик создает свой проект, начиная с 5 класса, участвует в региональной конференции «С математикой по жизни», обучающиеся участвуют в региональном конкурсе «Математическая регата», организатором которых является наша школа. Мониторинг достижений обучающихся помогает ученику отслеживать динамику развития своих способностей, изучать склонности, способности и личностные особенности. Все это отражается в «Карте персональных проб» обучающегося.

Итогом определенного пути, когда приложено немало усилий педагога и ученика, является ситуация успеха. Наступает такой момент, когда в полной мере проявляется то особенное, неповторимое, индивидуальное, которое было незнакомо даже самому ребенку. Именно в этот момент создается яркий и запоминающийся «образ успеха», к которому не раз возвращается

память ребенка, чтобы он эмоционально пережил мгновение, когда он почувствовал себя другим, умеющим достичь результата. Такие ситуации помогают ученику понять, что педагог рядом. В ситуации успеха ученик задумывается о дальнейшем своем развитии, о своих шагах на пути по лестнице успеха. У ребят формируется адекватная самооценка, увлеченность, желание творить, созидать. Итог данного этапа — самоопределение и самореализация ученика, когда ребенок начинает выстраивать сам определенную стратегию своего поведения, жизнедеятельности, творчества сообразно своим ценностям.

В процессе обучения в 9–11 классах каждый ученик под руководством учителя-ментора создает индивидуальную карту своего развития и «Портфолио», которое включает уровень обученности учащегося по предмету, результаты диагностики и познавательной активности (участие в олимпиадах, конкурсах); индивидуальную карту развития, которая дает возможность ему оценить себя с позиции «хочу-могу-надо» и скорректировать траекторию своего развития. Такая система позволяет обучающимся понимать себя, анализировать социальную действительность, самостоятельно осуществлять выбор и нести личную ответственность за принятое решение. Каждому нужен особый, только для него подходящий путь, который ведет к совершенству в развитии. Этим принципом я руководствуюсь при создании условий для самореализации каждого ученика: развивая индивидуальность — нужно выходить за пределы урока, давать возможность развивать себя, проявлять творчество.

Индивидуализация ребенка в образовании — это сверхзадача современного образования, которая отражает процессы внутреннего роста, становления Я-концепции и «само-процессы» в образовательной деятельности каждого ребенка, т.е. его саморазвитие, самоопределение, самореализацию, самовыражение, самоорганизацию, самоконтроль, самооценку, служит ориентиром для преобразования стандартных учебных действий ребенка в самостоятельную образовательную деятельность на основе его собственного культурного опыта и личностного знания. Самопроцессы начинаются с самоопределения. В течение учебного года проводится мониторинг учебных достижений обучающихся, выстраивается индивидуальная траектория успеваемости ученика по математике, «отрабатываются» точки контроля. Формирующее оценивание проводится для осознания учеником разрыва между тем, чего он хочет достичь, и тем, где он находится в данный момент,



способствует планированию того, что ученик сделает, чтобы этот разрыв сократить.

С учениками я пытаюсь создать такое образовательное пространство, которое характеризуется вниманием к самости ребенка и различным самопроцессам. Педагогическая поддержка в лице ментора характеризуется инновационной педагогической деятельностью, создающей условия для самостановления ребенка, как совместное с ним определение его интересов и путей преодоления проблем, мешающих самостоятельно достигать желаемых результатов в различных сферах жизнедеятельности. Отсюда требования к моей позиции: принятие ребенка, эмпатия, вера в его внутренние силы, уважение его интересов, прав, и, в частности, права свободы и выбора в самоопределении.

Основной фактор, способствующий личностному росту, — постоянное подтверждение успешности ребенка, поиск форм его успешной деятельности и изменение качества его поведения и деятельности в проблемных ситуациях на основе стимулирования социально-одобряемой самореализации. Этому способствует рейтинговая система оценки математических знаний ученика на всех этапах обучения. Рейтинг включает в себя три основных раздела: рейтинг успеваемости учеников по математике, рейтинг участия в проектной деятельности и рейтинг участия в олимпиадах и конкурсах. С положением о рейтинге обучающиеся знакомятся и участвуют с 5 класса.

Главную цель своей деятельности, ориентированной на саморазвитие ребенка, я вижу в том, чтобы, помогая в решении его проблем, создать условия для опоры ребенка на свои внутренние силы и ресурсы. Поддержка саморазвития ребенка осуществляется не только мною, но и сообществом, в котором ребенок обучается. Оно обогащает ребенка радостью совместного творчества, открытий, опытом субъект-субъектных взаимодействий, а саморазвитие личности — это возможность саморазвития и сообщества.

Реализация учителем-ментором поддержки саморазвития ребенка позволяет ему успешно решать новые образовательные и практические задачи, осваивать сложную и многообразную позицию субъекта жизнедеятельности, укреплять уверенность в себе, помогать адекватно оценивать и проявлять свои возможности, видеть вокруг себя взрослых людей, действительно заинтересованных в его судьбе. Такое участие педагога-зарождение и подтверждение уверенности ребенка в своих силах и один из показателей успешной поддержки.

### *Сведения об авторе*

**Лопатина Ирина Степановна**, учитель математики высшей квалификационной категории МОУ СШ № 30 им. Медведова С.Р., г. Волжский, E-mail: lopatinairst@rambler.ru. Исследования связаны с поисками инновационных путей индивидуализации одаренных школьников в области математики.

УДК 372.016

**Р.З. Матаева**

Чеченский государственный педагогический университет,  
Грозный, Россия

**З.М. Муцурова**

Чеченский государственный педагогический университет,  
Грозный, Россия

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИКТ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ**

**Аннотация:** В данной статье рассматриваются информационно — коммуникационные технологии (ИКТ), которые делают учебный процесс более творческим и подходящим для учеников. Интернет увеличивает «границы времени». Это дает возможность каждому ученику учиться с подходящей скоростью и уровнем личных навыков.

**Ключевые слова:** ИКТ, математика, технология, образовательная онлайн-среда, виртуальная учебная среда.

**R.Z. Mataeva**

Chechen State Pedagogical University, Grozny, Russian Federation

**Z.M. Mutsurova**

Chechen State Pedagogical University, Grozny, Russian Federation

## **USE OF ICT IN TEACHING MATHEMATICS**

**Annotation:** This article discusses information and communication technologies (ICTs) that make the learning process more creative and suitable for students. The Internet increases the “boundaries of time”. This allows each student to learn at the appropriate speed and level of personal skills.

**Key words:** ICT, mathematics, technology, online educational environment, virtual learning environment.

Возможности ИКТ позволяют каждому ученику индивидуализировать свое обучение. Здесь учителя продолжают играть важную роль в создании и структурировании учебного процесса. Внедрение новых технологий вносит радикальные изменения в систему образования: раньше в центре был учитель, теперь — ученик. Учителя больше похожи на советчиков, которые пытаются помочь ученикам выполнить их собственный личный путь в различных «кустах» сетевой информации.

Что вы можете увидеть в классе по технологически интегрированному классу? Чтобы увидеть или испытать на опыте доказательства того, что указано выше, потребуются обсуждения с учителем и учениками, более длительный период наблюдения или анализ планирования. В приведенном ниже списке перечислены некоторые вещи, которые должны быть особенно очевидны, когда вы входите в технологически интегрированный класс:

- технология в руках учащихся и учителей;
- сотрудничество с другими в комнате, здании или во всем мире;
- создание учениками более широкой и аутентичной аудитории;
- ученики делают разные вещи в одной и той же комнате в одно и то же время;
- децентрализованные макеты классов с технологией, рассеянной по всей комнате;
- доступ к технологиям в комнате контролируется учениками;
- учитель в небольшой группе или один на один обсуждает;
- моделирование учителем использования технологии для создания, совместной работы, поиска, оценки и передачи информации;
- моделирование учителем инструкции в дискурсе;
- содержательные исследования и деятельность, проводимые учениками;
- содержательные дискуссии между учениками.

Каждый, кто когда-либо эффективно использовал ИКТ в классе для поддержки обучения учащихся, будет знать силу технологии, открывающей умы молодых людей для очарования и вдохновения математикой.

Одним из предметов, где одновременно осуществляется и изучается использование ИКТ, является математика. По-

скольку математика абстрактна по своей природе, учителя постоянно ищут способы или инструменты, чтобы помочь своим ученикам понять основные понятия уроков. Одним из таких инструментов является ИКТ. Согласно, Кунска А. умение считать становится лучше, когда учителя используют и позволяют своим ученикам использовать ресурсы, включая ИКТ, для моделирования математических идей и методов. Кроме того, ИКТ рассматриваются как инструмент, который сможет помочь ученикам в решении проблем [с. 11–15].

Большинство школьного населения всегда воспринимало математику как сложный предмет. Именно по этой причине многим ученикам так же трудно усвоить идеи, лежащие в основе предмета, они заставляют себя поверить, что в их случае это неосуществимо. Однако использование ИКТ обещает изменить точку зрения как учеников, так и учителей на изучение и преподавание математики. Поэтому существует необходимость исследовать влияние ИКТ на обучение и преподавание математики, чтобы помочь ученикам и учителям улучшить свои результаты в области математики.

Например, Латвийское правительство, местные органы власти, компании и различные проекты за последние несколько лет сделали огромные инвестиции в ИКТ в школах, чтобы обеспечить компьютерные технологии, программное обеспечение и подготовку учителей. Гораздо меньше средств было вложено в разработку учебного контента, учебных материалов и методологии, связанных с ИКТ. 80% латвийских учителей математики имеют дома компьютер с подключением к Интернету, но большинство из них продолжают преподавать традиционным способом.

Пятью наиболее популярными прикладными пакетами, используемыми учителями математики, являются пакеты обработки текстов (71,1%), электронные таблицы (51,2%), поисковые системы (44,1%), программное обеспечение для презентаций (36,9%) и программное обеспечение для обучения и практики (24,3%). Однако следует отметить, что пакеты, которые не были положительно оценены респондентами, не могут быть абсолютно бесполезными. Учителям математики нужно больше времени, чтобы научиться использовать их — такие программы, как специальные Java-апплеты, Флэш-презентации, графические приложения и программы моделирования, имеют большой потенциал для преподавания математики, поскольку они поощряют исследования и мышление более высокого уровня.

Наиболее креативные учителя сами разрабатывают учебные материалы и внедряют их в образовательную онлайн — среду, такие, как:

— веб-страница проекта образовательной информационной системы [www.liis.lv](http://www.liis.lv);

— веб — страница, поддерживаемая Microsoft [www.skolotajs.lv](http://www.skolotajs.lv);

— виртуальная учебная среда регионального образовательного центра для взрослых <http://ikt.jrpc.lv>;

— Домашняя страница средней школы <http://fs.it.blogspot.com>;

— библиотека учебных объектов Рижского технического университета <http://213.175.92.77/course/>.

Проект по развитию содержания естественнонаучных и математических дисциплин среднего уровня осуществлялся с 2005 по 2008 год. Цель проекта состояла в том, чтобы предоставить ученикам возможность использовать различные методы обучения и современные технологии.

Результатами этого проекта стали:

— усовершенствование содержания обучения на уровне среднего образования по математике;

— разработка, публикация и внедрение 15 поддерживаемых наборов материалов;

— возможность для 50 школ стать региональными методическими центрами;

— возможность для 2950 учителей повысить свою квалификацию по программам повышения квалификации без отрыва от производства.

В рамках проекта были получены следующие результаты:

— полезные визуальные материалы в электронном виде для изучения каждой темы: картинки, интерактивные анимации и презентации;

— интерактивный курс для автономного обучения учеников.

Каждая тема курса включает в себя краткий теоретический материал, интерактивный визуальный материал, примеры заданий с образцами решения, самостоятельные задания с ответами, тесты для самоконтроля. С 15 сентября 2008 года проводится разработка содержания по естественным наукам и математике для начальной школы ( 7–9. классы).

Роль технологий в развитии школы. Опыт в использовании технологий в учебном процессе начался в 1993 году, ког-

да был создан первый компьютерный класс с 15 компьютерами. В течение последующих 16 лет ученики и учителя стали участниками международных образовательных проектов, создателями контента, экспертами в области ИКТ и учителями образовательных курсов.

Отсюда следует, что нужно рассматривать эффективное использование технологий как основной преобразующий элемент, способный создать новую модель школы, готовящую учащихся к формированию общества возрастного типа. Для того чтобы это стало возможным, недостаточно иметь школы, обеспеченные технологиями — необходимо также образовательное содержание, критическое мышление, навыки и умения применять ИКТ.

#### Список литературы:

1. Кунска А. Технология и сотрудничество — качественная поддержка при обучении математике. — 2011. — №3. — С. 11–15.

#### Сведения об авторах

**Матаева Роян Зайналаддиевна**, студентка 3 курса физико-математического факультета Чеченского государственного педагогического университета, [royanmataeva@gmail.com](mailto:royanmataeva@gmail.com).

**Муцурова Залина Мусаевна**, ст.преподаватель кафедры информационных технологий и МПИ Чеченского государственного педагогического университета, [zalinan@bk.ru](mailto:zalinan@bk.ru).

**Ю.С. Налбандян**

Южный федеральный университет, Институт математики,  
механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича,  
Ростов-на-Дону, Россия

**Э.А. Медер**

Международный институт дизайна и сервиса,  
Челябинск, Россия

## **РОЛЬ МАТЕМАТИКИ В ФОРМИРОВАНИИ ЭСТЕТИЧЕСКИХ ПАРАДИГМ АРХИТЕКТУРЫ И ИСКУССТВА**

*Аннотация: Анализируются особенности преподавания математических дисциплин студентам творческих специальностей и рассматриваются проблемы, связанные с распространением в Интернете псевдонаучной информации.*

**Yu.S. Nalbandyan**

Southern Federal University, Institute for Mathematics,  
Mechanics and Computer Science in the name  
of I.I.Vorovich, Rostov-on-Don, Russia

**E.A.Meder**

International Institute of Design and Service, Cheljabinsk, Russia

## **THE ROLE OF MATHEMATICS IN SHAPING THE AESTHETIC PARADIGMS OF ARCHITECTURE AND ART**

Начало поисков ответов на вопросы о математических предпосылках гармонии традиционно связывают со школой пифагорейцев (см. [1]), взаимосвязь и взаимодействие науки и искусства прослеживают на примере творчества выдающихся деятелей эпохи Возрождения (Филиппо Брунелески, Леона-Баттисты Альберти, Пьеро делла Франческа, Леонардо да Винчи, Альбрехта Дюрера и многих других). Нередко к анализу использования математического аппарата в искусстве обращаются и историки науки и искусства (например, А.В. Иконников в [2] отмечает, что аксиологическая составляющая архитектуры ориентирована на междисциплинарные исследования, и анализирует роль математического аппарата в формировании архитектурного пространства). Важное место занимают математические дисциплины и в системе художе-

ственного образования. О европейских традициях можно судить по монографии [3], а в Российской империи в программу обучения в Императорской академии художеств в XIX веке были включены математика, физика, химия, а в начале XX века к ним добавились начертательная геометрия и теоретическая механика (при подготовке архитекторов).

Сегодня математические курсы разного объема и сложности присутствуют фактически во всех учебных планах таких образовательных программ как «Архитектура», «Реконструкция и реставрация архитектурного наследия», «Дизайн в архитектурной среде», однако их преподавание сталкивается с рядом серьезных проблем, среди которых постоянно сокращающееся количество часов, прагматизм студентов, не готовых оценить на 1-м курсе значение изучаемого материала, дистанционные технологии, формализация отчетности. Одним из способов привлечения внимания слушателей (и одновременно — одним из методов оценивания) может стать использование элементов истории математики.

Идея эта не является новой. В XVI веке Пьер Рамус, один из инициаторов пересмотра господствовавшей тогда в образовании доктрины семи свободных искусств, осуществил первую периодизацию истории математики в «Математическом введении». В XIX веке «Исторический обзор происхождения и развития методов геометрии» опубликовал профессор кафедры высшей геометрии в Сорбонне Мишель Шаль, в XX веке историческим очерком предварял лекции по теории вероятностей Борис Владимирович Гнеденко, а Герш Исаакович Глейзер составил отличное пособие «История математики в школе», выдержавшее ряд переизданий.

В Академии архитектуры и искусств Южного федерального университета эксперимент начался в 2018–2019 учебном году (первые итоги были подведены в [4]). Основой его стала программа курса «Математика» (составной части дисциплины «Математика и геодезия»), разработанная одним из авторов статьи. Второй автор, занимающийся исследованием межкультурных коммуникаций, закономерностей формирования новых социокультурных парадигм и особенностей преподавания художественно-проектных дисциплин, обратил внимание на необходимость учитывать определенную «идеологическую составляющую» курса и точность используемых дефиниций (см., например, [5]-[6]). Наряду с развитием у студентов математической культуры и выработкой навыков математического

и логического мышления предполагалось формирование представления о роли и месте математики в современной цивилизации, мировой культуре и архитектуре. Реализация задуманного шла в трех направлениях.

1. *Лекции.* Во время вводной лекции и после каждого из изучаемых модулей рассматривались исторические события, в которых «переплелись» интересы науки и искусства и возникли предпосылки появления новых теорий в математике и новых направлений и практических приемов в живописи и архитектуре. При этом в полной мере был реализован библиографический подход, особое внимание уделялось обзору соответствующих публикаций, в том числе электронных. В настоящий момент о содержании «исторических отступлений» можно судить по опубликованному в электронном виде учебно-методическому пособию [7].

2. *Мини-рефераты (эссе).* Подготовка небольших творческих работ должна была, с одной стороны, стимулировать активность студентов, а с другой — предоставляла им дополнительную возможность для получения баллов в рамках балльно-рейтинговой системы. Предполагалось, что студенты научатся вести библиографический поиск, правильно оформлять список литературы и грамотно организовывать ссылки и сноски в тексте, корректно работать с используемой информацией. С учетом первых лет эксперимента было подготовлено небольшое пособие [8], в котором авторы сформулировали основные формальные требования, привели развернутый и прокомментированный список рекомендуемой литературы, предложили темы для эссе (оставляя широкое поле для их модификаций в соответствии с интересами слушателей).

Однако возник ряд сложностей. Некоторые из них коррелировали с общими проблемами современного образования, анализировались (например, в [9]) и были в определенной степени ожидаемы. В частности, проверенные эссе раз за разом подтверждали, что стремительно утрачиваются традиции работы с литературой, приемы конспектирования, правила вдумчивого анализа текста, которые формировались на протяжении длительного времени. Всеобщая компьютеризация способствовала тому, что стали культивироваться новые навыки «скорочтения», «чтения по диагонали», в немалой степени обусловленные работой с электронными текстами, но при подготовке рефератов разного уровня играющие, скорее, отрицательную роль. Наконец, поиск информации на англо-

язычных сетевых ресурсах, причем с использованием машинного перевода, качество которого не проверялось, привел к тому, что в студенческих работах стали появляться фразы несогласованные, неграмотные, а порой и просто фактически ошибочные как с историко-математической точки зрения, так и в контексте искусствознания и истории архитектуры.

Но были и новые, тревожные веяния. В текущем учебном году на первый план вышла проблема работы с информацией в Интернете. Далеко не новая, входившая и ранее в число наиболее насущных проблем учебного процесса, но обострившаяся в связи с переходом на дистанционное образование и резким сокращением времени живого общения преподавателей и студентов. Суть ее заключается в совершенно свободном, как бы парадоксально это ни звучало, доступе к любым сетевым источникам информации, при условии, что огромная часть публикаций в Интернете никем и никак не рецензируется и не проверяется на достоверность приводимых сведений и на стилистическую корректность текста. Преподаватель, формулирующий учебную задачу, в данных условиях фактически теряет возможность отслеживать качество используемых студентом материалов непосредственно в процессе работы над заданием (это касается любых творческих работ — курсовых, рефератов, эссе и т.п.). В результате, зачастую поставленный перед фактом, он уже на стадии проверки законченной работы вынужден браковать значимые фрагменты, постфактум критически анализируя использованные источники.

Речь, причем, идет не о сайтах с готовыми рефератами и тем более не о страницах с громкими названиями «Академия тринитаризма» или «Философия всеединства», куда часто приводит, например, поиск материалов о художниках и математиках эпохи Возрождения. «Интеллектуальная зараза», чье существование и распространение как раз и связано с отсутствием содержательного контроля, распространилась даже в той области, которая просто по факту должна гарантировать качество предоставляемой научно-исследовательской и учебно-методической информации, а именно — в библиографической базе данных научных публикаций российских ученых, РИНЦ. Связано это с тем, что редакционные коллегии некоторых нерецензируемых сборников научных трудов и журналов (как правило, внутривузовских но порой входящих даже и в список ВАК) не всегда добросовестно относятся к работе над редактированием и в целом довольно поверхностно —

к содержанию и смысловому наполнению статей, предлагаемых к публикациям. В результате анализа некоторого корпуса научных текстов, найденных студентами в библиотеке РИНЦ в рамках рекомендованных преподавателем тем, выявляются такие проблемы, как обилие совершенно бессодержательного наукообразия, подменяющего собственно содержание, и даже грубые фактологические ошибки. В целом же общей бедой такого рода псевдонаучной деятельности (имеющей целью исключительно формальное увеличение количества публикаций, что само по себе есть следствие бездумно-формалистических требований к отчетности) является чудовищная стилистическая и семантическая безграмотность, по определению несовместимая со званием преподавателя высшей школы.

Подобные публикации достаточно быстро оказываются в свободном доступе, например на сайте «КиберЛенинки» — электронной научной библиотеки, «построенной на парадигме открытой науки», их начинают использовать студенты — а в результате у преподавателя возникает еще и проблема сугубо этического характера. Суть ее заключается в необходимости как можно более деликатно объяснять студенту причины, по которым тот или иной труд его коллег по высшей школе не может быть использован ни для цитирования, ни для ссылок. Более того, непрямым, но естественным и неизбежным следствием такого рода профессионально-этических казусов становится девальвация ценности научно-исследовательского труда всего профессорско-преподавательского состава российской высшей школы, что в контексте профессионального обучения и воспитания становится отдельной и очень непростой проблемой, суть которой может и обязательно должна стать темой очень серьезных дискуссий в профессиональной среде.

3. *Предоставление студентам возможности выступить с докладами на конференциях разного уровня.* Эта идея впервые была реализована весной 2020 года. Подготовленные на базе рефератов доклады «Математика фракталов и живопись», «Математика фракталов и архитектура Рикардо Бопилла» были удостоены дипломов 2-й и 3-й степени на X Всероссийской с международным участием научно-практической конференции студентов, магистрантов и аспирантов «Студенческое творчество в архитектурно-художественной культуре России и зарубежья». Студенты при этом получили бесценный опыт работы с текстом, который в настоящее время передают первокурсникам.

## Литература

1. Пидоу Д. Геометрия и искусство. — М.: Мир, 1979. — 332 с.
2. Иконников А. В. Пространство и форм в архитектуре и градостроительстве. — М.: КомКнига, 2006. — 352 с.
3. Дубова О. Б. Становление академической школы в западно-европейской культуре. — М.: Памятники исторической мысли, 2009. — 276 с.
4. Налбандян Ю.С. Элементы истории математики в математических курсах для студентов направления «Архитектура» / Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования. Сборник тезисов докладов международной научной конференции, посвященной 180-летию педагогического образования в г. Ельце. Елец: ЕГУ, 2020 — С. 186–188.
5. Медер Э. А. «Новый символизм» цифровой архитектуры. Трансформация парадигмы // Современные тенденции изобразительного, декоративно-прикладного искусства и дизайна. 2019. № 2. С. 5–10.
6. Медер Э.А., Карсакова И. А. Проблема критического осмысления морфологических «игр» современной архитектуры // Архитектон: известия вузов. Сетевой научно-теоретический журнал. 2019, № 4. URL [http://archvuz.ru/2019\\_4/4/](http://archvuz.ru/2019_4/4/)
7. Медер Э. А., Налбандян Ю. С. Архитектура и математика — синтез изобразительных искусств и науки. Математические начала формообразования. [Электронный ресурс] / Э. А. Медер, Ю. С. Налбандян // Портал электронных ресурсов Южного федерального университета. — Режим доступа: <https://hub.lib.sfedu.ru/repository/material/801283102/> (дата обращения: 12.12.2020)
8. Медер Э. А., Налбандян Ю. С. Архитектура и математика — синтез изобразительных искусств и науки. Теоретические эссе. [Электронный ресурс] / Э. А. Медер, Ю. С. Налбандян // Портал электронных ресурсов Южного федерального университета. — Режим доступа: <https://hub.lib.sfedu.ru/repository/material/801282228/> (дата обращения: 12.12.2020).
9. Налбандян Ю.С. Преподавание истории науки для аспирантов: плюсы и минусы использования мультимедийных технологий и Интернета / Математическое образование в школе и вузе: инновации в информационном пространстве (MATHEDU' 2018). Материалы VIII Международной научно-практической конференции. Отв. редактор Л.Р. Шакирова. Казань: КФУ, 2018. С. 111–116.

## Сведения об авторах

**Налбандян Юлия Сергеевна**, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математического анализа и геометрии Института математики, механики и компьютерных наук имени И. И. Воровича ЮФУ, [ysnalbandyan@sfedu.ru](mailto:ysnalbandyan@sfedu.ru) область научных интересов — история математики, современные компьютерные технологии, ростовская математическая школа.

**Медер Эдуард Альбертович**, член ВТОО «Союз художников России» и Союза дизайнеров России, доцент ВАК по научной специально-

сти 17.00.04, профессор кафедры дизайна, рисунка и живописи Международного института дизайна и сервиса, ed\_meder@mail.ru, область научных интересов — вопросы теории и практики архитектурно-художественного проектирования, синтез пространственных искусств, синтез выразительных возможностей традиционных языков искусства и современных компьютерных технологий.

**С.Н. Поздняков**

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», Санкт-Петербург, Россия

## **КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ В ПРОДУКТИВНОМ ОБУЧЕНИИ: КОНСТРУИРОВАНИЕ И ВЕРИФИКАЦИЯ**

*Аннотация: В работе представлен анализ роли инструментов и инструментальной деятельности в поддержке продуктивных процессов в обучении математике. Показано, что во всех успешных практиках в основе взаимодействия ученика с цифровой средой лежит конструктивная деятельность человека и верификация результатов со стороны компьютерной среды.*

**S.N. Pozdniakov**

Saint Petersburg Electrotechnical University “LETI”,  
Saint Petersburg, Russia

## **SCOMPUTER TOOLS IN PRODUCTIVE LEARNING: DESIGN AND VERIFICATION**

### **Продуктивное мышление**

Изучая роль компьютера в преподавании математики, нас интересует в первую очередь не изучение математических инструментов, которые автоматизировали математические операции, а влияние этих инструментов на формирование внутренних представлений математических идей, иными словами, передача смыслов.

Приведем пример в духе основателя гештальтпсихологии Макса Вертгеймера, написавшего книгу «Продуктивное мышление» [1]. На вопрос: «знаете ли вы, что медианы пересека-

ются в одной точке?» отвечают все, однако мало кто умеет обосновать это вообще говоря неочевидный факт.

В то же время можно предложить несколько обоснований, которые не требуют специальных знаний, а строятся на геометрических, физических или других представлениях, имеющихся у каждого человека, которые называют «common knowledge» или здравым смыслом. Рассмотрим три из них.

Ответ, опирающийся на пространственные представления. Медианы пересекаются в одной точке, потому что три плоскости пересекаются в одной точке. Ответ необычный, но его можно объяснить понятной картинкой, которая основана на пересечении нескольких пирамид, надстроенных над данным треугольником — линии пересечения их граней будут проецироваться на медианы треугольника [2].

Ответ второй, опирающийся на «физические» представления. Медианы пересекаются в одной точке, потому что это центр тяжести треугольника. Этот ответ обычно дается теми, кто не пытается восстановить в памяти доказанную в школе теорему, а обращается к «здравому смыслу» — который по словам Марвина Минского [3] является гораздо более важной и плохо поддающейся анализу сущности по сравнению с любыми конкретными знаниями, получаемыми в школе или университете. Именно с этого Пойа в своих книгах [4, 5] предлагает начинать решение математической задачи: попыткам использовать те внутренние представления, которым человек доверяет, на которые опирается, принимая решения, для «надстройки» над ними новой конструкции, модели, в рамках которой путь решения станет интуитивно понятным.

Ответ третий, опирающийся на «географические» представления. Медианы пересекаются в одной точке, потому что если изобразить сетку из прямых, параллельных двум медианам и проходящим через вершины и середины сторон, то третья медиана пройдет по диагоналям клеток этой сетки и поэтому обязательно через точку пересечения построенных медиан. Из этой интерпретации очевидно, что соотношение отрезков медиан в точке пересечения 2:1. Третий вариант ответа показывает использование инструментария динамической геометрии к интерпретации «школьного» доказательства. Заметим, что простой эксперимент с наблюдением пересечения медиан в одной точке не даст ответ на вопрос «Почему?».

### Компьютерный инструмент и доказательство

Многие исследователи считают, что эксперимент является основным способом инструментальной поддержки продуктивных процессов — эксперимент с виртуальной средой, выявляющей скрытые закономерности явления. Однако первый исследователь влияния компьютера на продуктивную деятельность при изучении математики Сигур Паперт так не считает и в статье [6] показывает роль черепашки как орудия в освоении приемов математического доказательства.

Можно ли мы утверждать, что подобные обоснования равносильны знаниям теорем из учебника. С формальной точки зрения — нет. С точки зрения передачи идеи доказательства (восприятия доказательства учеником) скорее всего «да». Здесь можно вспомнить и попытаться осмыслить утверждение Сигура Паперта о том, что «с помощью диначерпашек он сможет научить ребят дифференциальному исчислению» [7]. Если говорить о форме передачи знаний — через алгебраические объекты, то вряд ли, если говорить о смысловой передаче, то наверное «да».

### Доказательство и убеждение

К каждому из примеров математик может предъявить претензии относительно того, что такое обоснование не является доказательством и будет прав

Какова же роль доказательства? В книге Society of Mind Марвин Минский [3] приводит такой взгляд на доказательство — это выстраивание цепочки из связанных суждений, чтобы разрушение одного лишь ее звена вело к разрушению всей конструкции.

Таким образом, логический вывод существует не как способ мышления, а как способ верификации знания, чтобы обеспечить надежность зданию науки. При этом имеется в виду знание в его социальном, а не личностном плане. То есть убеждает себя человек иными способами, нежели строгое доказательство, но других убеждает через доказательство, принятое сообществом как формат сохранения и передачи объективного знания.

### Динамическая геометрия и экспериментальная проверка

Среди всех подходов к технологической поддержке обучения математике наиболее успешный — динамическая геометрия. Этот факт подтверждается и большим числом реали-

заций этой идеи и большим числом учителей и учеников, пользующихся ее возможностями. Рассмотрим три стадии решения задачи о построении вписанной окружности в динамической геометрии: 1) «ручное» соединение окружности и треугольника — шевеление вершин треугольника разрушает конструкцию; 2) построение центра вписанной окружности пересечением биссектрис и окружности с центром в этой точке — шевеление вершин разрушает конструкцию 3) построение второй точки окружности в основании перпендикуляра из центра на сторону — шевеление не разрушает конструкцию.

Давайте мысленно проделаем несколько операций с типовой геометрической задачей в среде динамической геометрии, чтобы лучше понять, что же стало главным фактором успеха этого инструмента.

Что меняется в структуре работа учителя с классом при решении этой задачи (именно задачи, а не объяснения решения учителем)?

#### *Без компьютера:*

Ученик рисует картинку с окружностью вписанной в треугольник, поглядев на которую учитель может понять, что ученик понимает смысл слова «вписанная».

Ученик приводит пояснения к построению: о нахождении центра вписанной окружности и точки на ней (проведение биссектрис и перпендикуляра). Учитель должен прочитать объяснения и либо принять их либо указать на неполноту или некорректность.

Если ученик предложил оригинальное решение, у учителя вряд ли хватит времени, чтобы его оперативно проверить, не переставая работать с классом.

#### *С компьютером:*

Ученик делает построения и сам проверяет их шевелением точек (что может сделать и учитель).

Место пояснений занимает алгоритм построений, который косвенно выражен правильным динамическим чертежом, но может быть рассмотрен в терминах алгоритмических операций (скрипт).

Оригинальное решение проверяется так же как и стандартное, и ученик может убедить и себя и преподавателя в его правильности простым шевелением вершин.

Как для ученика, так и для учителя важной является возможность верификации. Учитель, как и ученик, может убе-



даться в правильности построения, не читая описания построения (в ранних версиях GS — было даже разделение на скетч и скрипт). Любопытно, что учителя на курсах делали все возможные ошибки, как и ученики.

Достаточно ли будет ученикам подобного эксперимента для обоснования того, что медианы треугольника пересекаются в одной точке?

После эксперимента ученик согласится с тем, что медианы пересекаются в одной точке, но не сможет ответить на вопрос «почему?». Причина в том, что в этом эксперименте не выявляются связи между представлениями, имеющимися у ученика, и результатом. После эксперимента ученик не сможет указать на связи этого факта с другими. Знание будет изолированным, а значит, формальным.

Какова здесь цель конструктивной деятельности? В задаче о построении вписанной в треугольник окружности ученик на вопрос «Почему окружность строится так?» ответит примерно так: «Потому что центр окружности лежит на пересечении биссектрис, а в точке касания радиус перпендикулярен касательной».

При этом он, например, может не суметь ответить на вопрос «Почему биссектрисы пересекаются в одной точке». Но для этого эксперимента это не важно. В рамках построения этой конструкции оказались связаны воедино три факта (вписанная окружность, пересечение биссектрис, перпендикулярность радиуса касательной). Именно связь, а не знание каждого факта в отдельности является целью этой конструктивной деятельности. Не доказали, но связали воедино разные факты.

### **Введение в информационную среду манипуляторов**

На какие психологические инструменты мы рассчитываем, вводя инструмент в среду обучения? Прежде всего, на механизм интериоризации [8, 9]: если у ученика не сформирована интеллектуальная операция, надо «вынести ее вовне»; после выполнения действий «руками» внешние операции перейдут во внутренние, произойдет интериоризация внешних действий и будет сформирован новый психологический инструмент.

Проблема: какая деятельность с внешним инструментом будет адекватна внутреннему психологическому «инструменту»?

Для запуска механизма интериоризации математических понятий недостаточно использования только инструментов

и моделей предметной области. Необходимы специальные инструменты, собственно работа с которыми запускает процесс перевода, описываемых ими понятий и приемов действий во внутренний план.

Эти специальные инструменты — назовем их манипуляторами — должны обладать как свойствами предметной среды, так и свойствами, обеспечивающими их перенос во внутренний план в процессе оперирования с ними. Такие объекты Паперт называет «умными вещами».

### **Конструирование и верификация**

Рассмотрим такую возможность целесообразного общения с информационной средой («искусственным интеллектом»): вместо того, чтобы передать ей роль «объяснителя», а человеку взять на себя роль слушателя, поменяем эти роли.

Ученик будет конструировать решение — объяснять в некоторой предметной среде, а компьютер будет верифицировать его решения на достаточно широкой области и давать разумные комментарии.

Обратим внимание, что успех динамической геометрии можно объяснить тем, что среда позволяет верифицировать решение конструктивной геометрической задачи практически на бесконечном множестве примеров.

Вернемся к функции верификации, о которой мы уже говорили ранее и посмотрим, как она проявляется в других программных продуктах, созданных для поддержки обучения математике.

### *Благодарности*

Работа поддержана грантом РФФИ в рамках научного проекта № 19-29-14141: «Изучение взаимосвязи концептуальных математических понятий, их цифровых представлений и смыслов, как основы трансформации школьного математического образования»

### **Литература**

1. Вертгеймер М. Продуктивное мышление: Пер. с англ./Общ. ред. С. Ф. Горбова и В. П. Зинченко. Вступ. ст. В. П. Зинченко. — М.: Прогресс, 1987.
2. Д.О.Шклярский, Н.Н.Ченцов, И.М.Яглом. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (стереометрия). (1954).
3. Minsky M. The Society of Mind. Simon and Schuster. 1987.

4. Пойа Д. Как решать задачу. М.: Либроком, 2010. 208 с.
5. Пойа Д. Математическое открытие. М.: Наука, 1970. 448 с.
6. Papert S. An Exploration in the Space of Mathematics Educations // International Journal of Computers for Mathematical Learning. 1996. Vol. 1. № 1. P. 95–123.
7. Пейперт С. Переворот в сознании. Дети, компьютеры и плодотворные идеи: Пер. с англ. М.: Педагогика, 1989.
8. Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность. Избранные психологические произведения. Т. II. М.: Педагогика, 1983. 392 с.
9. Выготский Л. С. Психология развития человека. М.: Изд-во Смысл; Эксмо, 2005. 1136 с.

#### Сведения об авторе

**Поздняков Сергей Николаевич**, д.п.н., доцент, заведующий кафедрой алгоритмической математики СПбГЭТУ «ЛЭТИ» [rozdnkov@gmail.com](mailto:rozdnkov@gmail.com), область научных интересов: компьютерная поддержка преподавания математики

**Н.А. Рожковская**

Канзасский Государственный Университет, США

### ВСТРЕЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО КРУЖКА В ХУДОЖЕСТВЕННОМ МУЗЕЕ

**N. Rozhkovskaya**

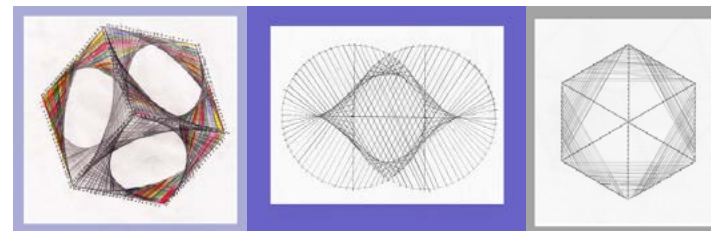
Kansas State University, USA

### MEETINGS OF THE MATHS CLUB IN THE ART MUSEUM

Математический кружок Канзасского государственного университета (г. Манхеттен, штат Канзас, США) был основан в 2009 году. Основная программа кружка похожа на программы многих других кружков: участники решают задачи, участвуют в олимпиадах. В дополнение к «стандартным» занятиям регулярно проводятся популярные лекции широкого профиля, где приглашенные докладчики рассказывают о роли математики в своей профессии. Данная заметка посвящена еще одному направлению работы нашего кружка.

С первого года существования кружок сотрудничает с Музеем художественных искусств имени Марианны Кистлер Бич. Музей является подразделением университета, его коллекция специализируется на работах современных американских художников среднего запада. В рамках сотрудничества разработаны темы и материалы художественно-математических образовательных экскурсий для школьников и студентов по коллекции музея, циклы популярных лекций, а также создана ныне всеми любимая традиция ежегодных встреч математического кружка непосредственно в музее.

Опишем формат этих занятий. Уже десять лет два раза в год вечером в нерабочее время музей открывает двери для участников нашего кружка, предоставляя ребятам возможность почувствовать себя эксклюзивными гостями. После обсуждения правил поведения, группа проходит в выставочные залы, где куратор образовательных программ музея Кэтрин Шлагек проводит небольшую экскурсию, посвященную одному или двум объектам из коллекции музея, а преподаватель кружка Наталья Рожковская объясняет связь этих объектов с математической темой занятия. Вторая часть занятия проводится в конференц-зале музея. Она состоит из презентации, развивающей математическую составляющую занятия, показа слайдов с подобными знаменитыми работами из других музеев мира, и выполнения участниками заданий с последующим объяснением домашнего задания.



Приведем некоторые примеры художественных объектов из музея имени Марианны Кистлер Бич и темы, обсуждавши-

еся в рамках этого проекта. Заметим, что почти в любой художественной коллекции можно найти такие классические примеры взаимосвязи математики и изобразительного искусства, как симметрия и линейная перспектива. В нашем случае декоративная керамика народов Пуэбло послужила основой для занятия о классификации одномерных кристаллографических групп. Фотографии и работы художников-реалистов использовались для обсуждения основных элементов линейной перспективы и разбора отклонений от нее. Инсталляция художника Алана Шилдса выполнена в форме икосаэдра, что естественным образом позволило обсудить регулярные многогранники. Временная выставка современных китайских художников Соединение Азии и Запада послужила прекрасным поводом к обсуждению математических открытий совершенных независимо в различных цивилизациях и в различные эпохи, таких как, например, треугольник Паскаля и теорема Пифагора.



Материалы сотрудничества кружка с музеем, а также сопутствующих популярных лекции прочитанных автором этой заметки для широкой аудитории собраны и опубликованы в [1]. Небольшой список художественных объектов связанных с математической тематикой из всемирных коллекций изобразительных искусств приведен на сайте [2].

#### Литература

- [1] N. Rozhkovskaya, M is for Math, Museum and Manhattan, Kansas (Novosibirsk, 2017), Print ISBN: 978-5-901873-47-2 (на английском языке).  
[2] www.i70math.com (на английском языке).

#### Сведения об авторе

**Рожковская Наталья Александровна**, профессор Канзасского Государственного Университета.

**Е.Р. Садыкова**  
Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
Казань, Россия

**К.О. Мергасова**  
Казанский (Приволжский) федеральный университет;  
гимназия №96, Казань, Россия

**О.В. Разумова**  
Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
Казань, Россия

### РАЗРАБОТКА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ СМЕНЫ ЛЕТНЕГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЛАГЕРЯ

**Аннотация.** В статье раскрывается одно из направлений развития математических способностей учащихся. Подробно раскрываются элементы образовательной программы смены летнего математического лагеря.

**Ключевые слова:** математические способности, обучение математике, математический лагерь, образовательная программа.

**E.R. Sadykova**  
Kazan (Volga region) Federal University, Kazan, Russia

**K.O. Mergasova**  
Kazan (Volga region) Federal University;  
gymnasium No. 96, Kazan, Russia

**O.V. Razumova**  
Kazan (Volga region) Federal University, Kazan, Russia

### DEVELOPMENT OF AN EDUCATIONAL PROGRAM FOR CHANGING THE SUMMER MATH CAMP

**Abstract.** The article reveals one of the directions of development of students mathematical abilities. The elements of the educational program for changing the summer math camp are described in detail.

**Keywords:** mathematical abilities, teaching mathematics, mathematical camp, educational program.

Одной из главной задач современной школы является раскрытие способностей каждого ученика [7], в частности, перед учителем математики соответственно стоит задача в раскры-

тии математических способностей ребенка. Для математика недостаточно иметь хорошую память и внимание. По мнению Пуанкаре, людей, способных к математике, отличает умение уловить порядок, в котором должны быть расположены элементы, необходимые для математического доказательства [4]. Подобная интуиция появляется лишь при успешном формировании логических универсальных учебных действий учащихся [1, 2].

Математические способности — индивидуально-психологические особенности деятельности человека в изучении и творческом развитии математике. В работах В.А. Крутецкого [3] выделяются два вида математических способностей: способности к изучению школьного курса математики и способности к научному математическому творчеству. Для развития научного математического творчества считаем, что развитие способностей учащихся должно протекать в направлении синтеза стандартного образовательного процесса в учебном заведении с учреждениями дополнительного образования детей. Например, в процессе пребывания учащихся в лагерях и круглогодичных образовательных центрах, на базах которых реализуются образовательные программы профильных смен.

В настоящее время нами спроектирована программа профильной смены «Аксиома» летнего математического лагеря (ГБУ ДО РДООЦ «Костер», Республика Татарстан). Темой данной смены является непосредственно формирование логических универсальных учебных действий при решении математических задач и, в частности, геометрических задач. Предполагаемая длительность данной смены — 7 дней. Участниками профильной образовательной программы являются 60 учащихся девятых классов, формирующие три отряда по 20 человек.

Создание условий для развития математических способностей у учащихся через активное включение их в познавательную, воспитательную, творческую деятельность в рамках профильной смены математического лагеря является целью данной образовательной программы.

Для достижения цели требуется решить следующие задачи:

- создать благоприятные условия для выявления и реализации ребенком личностного потенциала;
- организовать занятия в различных формах по овладению подростком логическими действиями;

- развивать навыки работы в команде;
- расширить знания учащихся, научить решать нестандартные задачи;
- подготовить школьников к обучению в профильных классах.

Нами разработана подробная план-сетка профильной смены «Аксиома» (представлена ниже).

### План-сетка профильной смены «Аксиома»

**Название смены:** «Аксиома».

**Тема смены:** развитие математических способностей учащихся при решении геометрических задач.

**Место проведения:** ГБУ ДО РДООЦ «Костер».

**Длительность смены:** 7 дней.

**Участники смены:** учащиеся 9 классов.

**Количество участников смены:** 60 человек (три отряда по 20 человек).

**Педагогический состав смены:** начальник смены, педагог-организатор, приглашенные педагоги, физкультурник, диджей, старший вожатый, вожатые.

**Цель:** создание условий для формирования логических универсальных учебных действий у учащихся через активное включение их в познавательную, воспитательную, творческую деятельность в рамках профильной смены математического лагеря.

**Задачи:**

- создать благоприятные условия для выявления и реализации ребенком личностного потенциала;
- организовать занятия в различных формах по овладению подростком логическими действиями;
- развивать навыки работы в команде;
- расширить знания учащихся, научить решать нестандартные задачи;
- подготовить школьников к обучению в профильных классах.

| Время         | Мероприятие                | Содержание мероприятия                                |
|---------------|----------------------------|---|
| <b>ДЕНЬ 1</b> |                            |   |
| 13.00–13.30   | Заезд на территорию лагеря | Регистрация, размещение                               |
| 13.30–14.30   | Обед                       |   |
| 14.30–15.00   | «Церемония открытия»       | Торжественная линейка, посвященная открытию смены     |
| 15.00–16.00   | «Давайте знакомиться!»     | Работа с отрядами, подготовка к вечернему мероприятию |

|               |                     |   |
|---------------|---------------------|---|
| 16.00–17.30   | «Прямой эфир»       | Встреча с интересным человеком, представителем студенческого научного сообщества  |
| 17.30–19.00   | «Малый мехмат»      | 1 занятие по профилю<br>Выполнение учащимися вводного теста по планиметрии  |
| 19.00–20.00   | Ужин                |   |
| 20.00–21.00   | «Кто если не мы?»   | Творческое представление команд — отрядов   |
| 21.00–21.30   | «Стартин»           | Танцевальный баттл  |
| 21.30–22.00   | «Вечерний разговор» | Отрядная рефлексия  |
| 22.00–22.30   | Подготовка ко сну   |   |
| 22.30         | Отбой               |   |
| <b>ДЕНЬ 2</b> |                     |   |
| 8.00          | Подъем              |   |
| 8.30–8.45     | «Заряд бодрости»    | Танцевальная зарядка  |
| 8.45–9.00     | «В центре событий»  | Информационная линейка  |
| 9.00–10.00    | Завтрак             |   |
| 10.00–13.00   | «Малый мехмат»      | Занятия по темам:<br>1. «А ты докажи!»<br>(решение геометрических задач на доказательство)<br>2. «С ног на голову»<br>(решение нестандартных геометрических задач)<br>3. «Готовимся к ОГЭ»<br>(тематические занятия по подготовки к Основному Государственному Экзамену)<br>Время отведенное на каждое занятие — 1 час. |
| 13.00–14.00   | Обед                |   |
| 14.00–15.30   | Тихий час           |   |
| 15.30–16.00   | Полдник             |   |
| 16.00–17.00   | «Я — это мы»        | «Веровочный курс», тренинги на командообразование   |
| 17.00–18.00   | «Старт в науку»     | Беседа на тему проектной деятельности. Мастер — класс по работе над проектом по математике и геометрии в частности.   |
| 18.00–19.00   | Ужин                |   |
| 19.00–20.00   | «Готовим сами»      | Отрядное время, подготовка к вечернему мероприятию  |

|               |                       |   |
|---------------|-----------------------|---|
| 20.00–21.30   | «Стендап»             | Творческое мероприятие в формате «стендап»  |
| 21.30–22.00   | «Вечерний разговор»   | Отрядная рефлексия  |
| 22.00–22.30   | Подготовка ко сну     |   |
| 22.30         | Отбой                 |   |
| <b>ДЕНЬ 3</b> |                       |   |
| 8.00          | Подъем                |   |
| 8.30–8.45     | «Заряд бодрости»      | Танцевальная зарядка  |
| 8.45–9.00     | «В центре событий»    | Информационная линейка  |
| 9.00–10.00    | Завтрак               |   |
| 10.00–13.00   | «Малый мехмат»        | Занятия по темам:<br>1. «Линии в треугольнике»<br>(решение нестандартных задач по геометрии)<br>2. «От идеи до реализации»<br>(работа над проектами)<br>3. «Штурм» (занятие по геометрии с использованием технологии мозгового штурма)<br>Время отведенное на каждое занятие — 1 час. |
| 13.00–14.00   | Обед                  |   |
| 14.00–15.30   | Тихий час             |   |
| 15.30–16.00   | Полдник               |   |
| 16.00–17.00   | «Веселые старты»      | Командные спортивные игры   |
| 17.00–18.00   | «Готовим сами»        | Отрядное время, работа над проектами  |
| 18.00–19.00   | Ужин                  |   |
| 19.00–20.00   | «Готовим сами»        | Отрядное время, подготовка к вечернему мероприятию  |
| 20.00–20.40   | «Битва хоров»         | Творческое вокальное мероприятие  |
| 20.40–21.30   | «Вечер в стиле диско» | Дисотека  |
| 21.30–22.00   | «Вечерний разговор»   | Отрядная рефлексия  |
| 22.00–22.30   | Подготовка ко сну     |   |
| 22.30         | Отбой                 |   |
| <b>ДЕНЬ 4</b> |                       |   |
| 8.00          | Подъем                |   |
| 8.30–8.45     | «Заряд бодрости»      | Танцевальная зарядка  |

|               |                                  |  |
|---------------|----------------------------------|--|
| 8.45–9.00     | «В центре событий»               | Информационная линейка   |
| 9.00–10.00    | Завтрак                          |  |
| 10.00–13.00   | «Малый мехмат»                   | Занятия по темам:<br>1. «Площадь четырехугольников и многоугольников» (решение нестандартных задач по геометрии)<br>2. «Готовимся к ОГЭ» (тематические занятия по подготовки к Основному Государственному Экзамену)<br>3. Фото-квест «Геометрия вокруг нас»<br>Время отведенное на каждое занятие — 1 час. |
| 13.00–14.00   | Обед                             |  |
| 14.00–15.30   | Тихий час                        |  |
| 15.30–16.00   | Полдник                          |  |
| 16.00–17.00   | «Квиз»                           | Интеллектуальная игра  |
| 17.00–18.00   | «Старт в науку»                  | Индивидуальные консультации по проектам  |
| 18.00–19.00   | Ужин                             |  |
| 19.00–20.30   | «Вечерняя гостиная»              | Просмотр социальных короткометражных фильмов и их обсуждение   |
| 20.30–21.30   | «Песенный час»                   | Вечер песен под гитару   |
| 21.30–22.00   | «Вечерний разговор»              | Отрядная рефлексия   |
| 22.00–22.30   | Подготовка ко сну                |  |
| 22.30         | Отбой                            |  |
| <b>ДЕНЬ 5</b> |                                  |  |
| 8.00          | Подъем                           |  |
| 8.30–8.45     | «Заряд бодрости»                 | Танцевальная зарядка   |
| 8.45–9.00     | «В центре событий»               | Информационная линейка   |
| 9.00–10.00    | Завтрак                          |  |
| 10.00–14.00   | «Знакомство с великим геометром» | Экскурсия в музей Н.И. Лобачевского К(П)ФУ   |
| 14.00–15.00   | Обед                             |  |
| 15.00–16.00   | Тихий час                        |  |
| 16.00–16.30   | Полдник                          |  |
| 16.30–18.00   | «Старт в науку»                  | Самостоятельная проектная работа и индивидуальные консультации по проектам   |

|               |                       |  |
|---------------|-----------------------|--|
| 18.00–19.00   | Ужин                  |  |
| 19.00–20.30   | «Старт в науку»       | Защита проектов по геометрии   |
| 20.30–21.30   | «Вечер в стиле диско» | Дисотека   |
| 21.30–22.00   | «Вечерний разговор»   | Отрядная рефлексия   |
| 22.00–22.30   | Подготовка ко сну     |  |
| 22.30         | Отбой                 |  |
| <b>ДЕНЬ 6</b> |                       |  |
| 8.00          | Подъем                |  |
| 8.30–8.45     | «Заряд бодрости»      | Танцевальная зарядка   |
| 8.45–9.00     | «В центре событий»    | Информационная линейка   |
| 9.00–10.00    | Завтрак               |  |
| 10.00–13.00   | «Малый мехмат»        | Занятия по темам:<br>1. «А ты докажи!» (решение геометрических задач на доказательство)<br>2. «С ног на голову» (решение нестандартных геометрических задач)<br>3. «Готовимся к ОГЭ» (тематические занятия по подготовки к Основному Государственному Экзамену)<br>Время отведенное на каждое занятие — 1 час. |
| 13.00–14.00   | Обед                  |  |
| 14.00–15.30   | Тихий час             |  |
| 15.30–16.00   | Полдник               |  |
| 16.00–17.00   | «Малый мехмат»        | Завершающее учебное занятие. Выполнение учащимися итогового теста.   |
| 17.00–18.00   | «Готовим сами»        | Отрядное время, подготовка к вечернему мероприятию   |
| 18.00–19.00   | Ужин                  |  |
| 19.00–20.30   | «Мы вместе»           | Творческое мероприятие, посвященное закрытию смены, подведение итогов защиты проектов, вручение грамот активным участникам смены   |
| 20.30–21.15   | «Вечер в стиле диско» | Дисотека   |
| 21.15–22.00   | «Вечерние гостиные»   | Просмотр фильмов, игротека, песенный час   |

|               |                     |                        |
|---------------|---------------------|------------------------|
| 22.00–22.30   | «Вечерний разговор» | Общая рефлексия        |
| 22.30–23.00   | Подготовка ко сну   |                        |
| 23.00         | Отбой               |                        |
| <b>ДЕНЬ 7</b> |                     |                        |
| 8.30          | Подъем              |                        |
| 9.00–9.15     | «Заряд бодрости»    | Танцевальная зарядка   |
| 9.15–9.30     | «В центре событий»  | Информационная линейка |
| 9.30–10.30    | Завтрак             |                        |
| 10.30–11.30   | Отъезд              |                        |

План-сетка включает в себя курс занятий «Малый мехмат», включающий в себя вводное тестирование, подготовку к ОГЭ, проектную деятельность, решение нестандартных и исследовательских задач (в том числе с помощью средств информационных технологий), задач на доказательство и итоговое тестирование [5, 6].

Так, при проведении занятия «А ты докажи!» ребятам предлагаются задачи олимпиадного уровня. В качестве примера приведем некоторые из них:

1) Биссектрисы углов треугольника  $ABC$  пересекают описанную окружность в точках  $M$ ,  $K$  и  $P$ . Докажите, что  $AM + BK + CP$  больше периметра треугольника.

2) Дан правильный треугольник  $ABC$ . На продолжении стороны  $AC$  за точку  $C$  взята точка  $D$ , а на продолжении стороны  $BC$  за точку  $C$  — точка  $E$  так, что  $BD = DE$ . Докажите, что  $AD = CE$ .

3) В треугольнике  $ABC$  проведены медианы  $AM_1$ ,  $BM_2$ ,  $CM_3$  и высоты  $AH_1$ ,  $BH_2$ ,  $CH_3$ . Докажите, что длина замкнутой ломаной  $M_1H_2M_3H_1M_2H_3M_1$  равна периметру треугольника  $ABC$ .

На занятии «С ног на голову» предусмотрены задачи на построение. Примеры такого рода задач:

1) Постройте параллелограмм, зная середины трех его сторон.

2) Через вершины данного треугольника провести три прямые так, чтобы они образовали равносторонний треугольник наибольшей площади.

В качестве тем для проектных работ, способствующих развитию творческой направленности, нами предложены:

1. Доказательство теоремы Наполеона.
2. Еще одно свойство трисектрис треугольника.

3. Золотой треугольник в задачах.
4. Бесподобное подобие.
5. Педальный треугольник.
6. Применение векторов к доказательству теорем о треугольниках.

7. «Дважды биссектриса» треугольника.

Также для развития познавательных действий, в частности логических, планируются встречи с представителями научных студенческих математических сообществ, экскурсия в музей Н.И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета. Помимо образовательного процесса предполагается физическое и творческое воспитание детских коллективов в процессе таких мероприятий, как «Заряд бодрости», «Вечерние гостиные», «Веселые старты», «Битва хоров» и другие.

В результате проведения данной смены в летнем периоде следующего года ожидаются результаты:

- Повышение уровня развития математических способностей у учащихся;
- Формирование у детей интереса к исследовательской деятельности;
- Укрепление здоровья;
- Развитие познавательного интереса к предмету геометрии;
- Всестороннее личностное развитие школьников.

### Литература

1. Беглова Т.В. Универсальные учебные действия: теория и практика проектирования [Текст]: научно-методическое пособие / Т.В. Беглова, М.Р. Битянова, Т.В. Меркулова и др. Самара: Федоров, 2016. 304 с.
2. Брушлинский А. В. Психология мышления и проблемное обучение [Текст]. М.: Знание, 1983. 96 с.
3. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. М.: Просвещение, 1968. 432 с.
4. Пуанкаре А., Кутюра Л. Математика и логика. М.: ЛКИ, 2007. 152 с.
5. Разумова О.В., Шакирова К.Б., Садыкова Е.Р. Формирование творческого мышления учащихся на уроках математики средствами информационно-коммуникационных технологий / О.В. Разумова, К.Б. Шакирова, Е.Р. Садыкова // Информатика и образование. 2011. № 9. С. 79–83.
6. Садыкова Е.Р., Разумова О.В., Харисова З.Р. Развитие познавательного интереса учащихся старших классов в процессе обучения геометрии средствами электронных образовательных ресурсов (на примере темы «Многогранники») / Е.Р. Садыкова, О.В. Разумова, З.Р. Ха-

рисова. // Н.И. Лобачевский и математическое образование в России: Материалы Международного форума по математическому образованию (18–22 октября 2017 г.) Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2017. С. 284–288.

7. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования [Электронный ресурс] // Приложение к Приказу Министерства образования и науки РФ от 17 мая 2012 г. № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования». URL: <http://минобрнауки.рф/документы/2365>. (дата обращения 16.10.2020).

### Сведения об авторах

**Садыкова Елена Рашидовна**, к.п.н., доцент кафедры теории и технологий преподавания математики и информатики Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского, КФУ, e-mail: [sadikova\\_er@mail.ru](mailto:sadikova_er@mail.ru).

**Мергасова Ксения Олеговна**, магистрантка 1 курса Института психологии и образования, КФУ, учитель математики гимназии №96 г. Казани, e-mail: [mergasovak@mail.ru](mailto:mergasovak@mail.ru).

**Разумова Ольга Викторовна**, к.п.н., доцент кафедры теории и технологий преподавания математики и информатики Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского, КФУ, e-mail: [miraolga@rambler.ru](mailto:miraolga@rambler.ru).

**И.Н. Сергеев<sup>1</sup>**

Московский государственный университет  
имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

## О НЕГАТИВНОМ ВЛИЯНИИ СЛОЖИВШЕГОСЯ ФОРМАТА ЕГЭ НА ПРОФИЛЬНОЕ ШКОЛЬ- НОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

**Аннотация:** *Обсуждаются следующие недостатки профильного ЕГЭ: задачи жестко фиксированы и привязаны к номерам, а некоторые слишком примитивны, их решения порой нелогичны или нерациональны, а формат кратких ответов препятствует добавлению содержательных задач.*

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-29-14192.

**I.N. Sergeev**  
Lomonosov State University, Moscow, Russia

## ON THE NEGATIVE INFLUENCE OF THE CURRENT USE FORMAT ON THE PROFILE SCHOOL MATHEMATICAL EDUCATION

Задачи нынешнего профильного ЕГЭ с номерами 1–12, предполагающие краткий ответ, привязаны в демоверсии к соответствующим однозначно фиксированным темам, причем их формулировки из года в год практически не меняются. Информация о них, черпаемая исключительно из демоверсии, довольно скудна, а другая, оперативная, официально мало-доступна, что сильно сужает возможности содержательной подготовки школьников к экзамену. Долгое время эти задачи очень слабо варьировались в демоверсии, т.е. были представлены всего одним вариантом каждая (правда, сейчас уже число их вариантов колеблется от одного до четырех — эти и другие положительные изменения обсуждаются в статье [1], см. также альтернативную демоверсию [2], подготовленную Научно-методическим советом ФИПИ).

Некоторые задачи профильного ЕГЭ по математике весьма примитивны, идейно бедны и мало что проверяют, что видно из следующих примеров.

**Задача 4.** В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов. Только в 2 билетах встречается вопрос о грибах. На экзамене выпускнику достается один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете будет вопрос о грибах.

**Ответ:** 0,08  $\left( = \frac{2}{25} \right)$ .

**Задача 5.** Найдите корень уравнения  $3^{x-5} = 81$ .

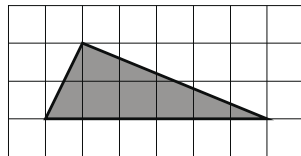
**Ответ:** 9  $( = \log_3 81 + 5 )$ .

**Задача 5.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{3x+49} = 10$ .

**Ответ:** 17  $\left( = \frac{10^2-49}{3} \right)$ .



**Задача 3.** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображен треугольник. Найдите его площадь.



**Ответ:**  $6 \left( = 2 \cdot \frac{6}{2} = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 5}{2} \right)$ .

Заметим, что в последнем примере искомую величину можно найти, применив формулу площади треугольника или непосредственно сосчитав площади половинок соответствующих прямоугольников (т.е. для получения ответа достаточно знания геометрии на уровне начальной школы).

Принятый на экзамене формат кратких ответов слишком узок, он препятствует включению в вариант содержательных и интересных задач. Согласно инструкции для экзаменуемых, *ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь*. Рассмотрим некоторые примеры.

**Задача 1.** Поезд отправился из Санкт-Петербурга в 23 часа 50 минут (время московское) и прибыл в Москву в 7 часов 50 минут следующих суток. Сколько часов поезд находился в пути?

**Ответ:** 8.

В этой задаче число часов пути поезда обязано быть целым (в результате чего задача становится слишком простой): если бы ответ в ней был, скажем, 7 ч 45 мин, то в бланке ответов пришлось бы написать 7,75, а если бы 7 ч 40 мин, то писать было бы просто нечего.

**Задание 5.** Решите уравнение

$$\sqrt{2x+3} = x.$$

Если корней окажется несколько, то в ответ запишите наименьший из них.

**Ответ:** 3.

Дополнительное требование выбрать из полученного множества корней экстремальное значение неизвестной обусловлено исключительно тем, что два числа записать в ответе нельзя (хотя здесь это и не нужно, так как корень всего один). Иррациональный ответ (если выпускник по ошибке получит его на экзамене) здесь также запрещен, причем принципиально, а целочисленный ответ можно угадать прямым подбором.

**Задание 12.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = 9x - 9 \ln(x + 11) + 7 \text{ на отрезке } [-10,5; 0].$$

**Ответ:** –83.

Благодаря уже только априорной форматности ответа этой задачи, его можно просто угадать в уме: логарифм по основанию  $e$  может равняться лишь 0, а значит, под логарифмом стоит 1, поэтому  $x = -10$  и  $y = -83$ .

Что касается задач с подробными решениями, то все типы таких задач в профильном ЕГЭ хорошо известны старшеклассникам и их наставникам. В демоверсии они жестко привязаны к своим номерам (которые в учебно-методической литературе нередко служат своеобразными «названиями» задач):

13) тригонометрическое уравнение с выбором ответа из заданного промежутка;

14) стереометрическая задача с отдельным пунктом на доказательство, как правило, несложная;

15) показательно-логарифмическое уравнение, неравенство или система;

16) планиметрическая задача также с отдельным пунктом на доказательство, как правило, средней трудности;

17) экономическая задача (кстати, этот «новый тип» задач порожден исключительно составителями ЕГЭ);

18) задача с параметром для уравнения, неравенства или системы;

19) целочисленная задача, арифметико-статистического характера, на построение примеров и нахождение экстремумов.

Однако представленные в демоверсии решения задач местами нелогичны и нерациональны, они не служат образцами для продвинутых и образованных школьников. Разберем некоторые примеры.

**Задача 14.** Все ребра правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  имеют длину 6. Точки  $M$  и  $N$  — середины ребер  $AA_1$  и  $A_1C_1$  соответственно.

- а) Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.  
 б) Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$ .

Предложенное в демоверсии решение пункта а) опирается на теорему, обратную теореме Пифагора, и на прямые вычисления. Однако существует чисто логическое доказательство требуемого утверждения — с помощью теоремы о 3-х перпендикулярах и, естественно, практически без вычислений.

**Задача № 18.** Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9 \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

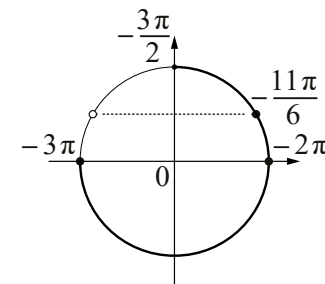
В решении из демоверсии подробно разбираются все  $5 \cdot 2 = 10$  случаев, в которых окружность переменного радиуса пересекается, касается или не имеет общих точек соответственно с каждой из двух остальных фиксированных окружностей. Но для решения этой задачи достаточно рассмотреть всего 4 случая, в которых переменная окружность касается хотя бы одной из указанных двух окружностей, а из них выбрать те 2, в которых она не пересекается с другой окружностью.

**Задача № 13.**

- а) Решите уравнение  $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1$ .  
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

Приведем цитату из решения пункта а), опубликованного в официальной демоверсии. ... *Значит,  $\sin x = 0$ , откуда  $x = \pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , или  $\sin x = \frac{1}{2}$ , откуда  $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , или  $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ .*

С точки зрения логики, в этом тексте получен не окончательный ответ, а лишь некое следствие из уравнения, которое формально может содержать и посторонние значения. По идее, все полученные значения неизвестной полагается еще проверить на предмет их пригодности в качестве корней исходного уравнения, однако проверки в этом «решении» как раз нет.



Что же касается пункта б), то в той же демоверсии читаем следующий полный текст его решения. *С помощью числовой окружности отберем корни, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ . Получим числа  $-3\pi$ ;  $-2\pi$ ;  $-\frac{11\pi}{6}$ .*

Судя по этому тексту, школьнику на экзамене в процессе решения задачи ничего не нужно объяснять — ему достаточно просто предъявить иллюстрацию, а экспертам при проверке этого решения остается лишь оценивать качество художественного оформления соответствующей картинку, что они зачастую и делают.

Подводя итог, заметим, что излишняя формализация ЕГЭ несколько препятствует качественной оценке знаний выпускников школ. Сложившийся к настоящему моменту регламент профильного экзамена способствует лишь натаскиванию школьников на конкретный набор задач и методов, но не стимулирует их вдумчивого и творческого освоения математики.

Кроме того, отсутствие полной и разнообразной информации о прошедших экзаменах не дает возможности школьникам основательно и планомерно готовиться к ЕГЭ, а цифровые возможности проведения экзамена используются явно не в полной мере (особенно в нынешней ситуации, при бурном развитии дистанционного формата).

### Литература

1. Сергеев И. Н., Панферов В. С. Перспективный Демонстрационный вариант ЕГЭ по математике профильного уровня // Математика в школе. 2021. №1. С. 3–9.

2. Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2021 года по математике. Профильный уровень. Проект // <https://rffi.1sept.ru/file/2020/09/254e3725-8ce2-4814-8e09-ffbe5f390cc5.pdf> [Электронный ресурс].

#### Сведения об авторе

**Сергеев Игорь Николаевич**, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры дифференциальных уравнений механико-математического факультета МГУ, заведующий кафедрой математики СУНЦ МГУ, [igniserg@gmail.com](mailto:igniserg@gmail.com), дифференциальные уравнения, качественная теория, устойчивость, колеблемость, элементарная математика, олимпиады, единый государственный экзамен, дополнительные вступительные испытания.

**А.Н. Соловьев**

Донской государственный технический университет,  
Ростов-на-Дону, Россия

**А.А. Матросов**

Донской государственный технический университет,  
Ростов-на-Дону, Россия

**Д.А. Нижник**

Донской государственный технический университет,  
Ростов-на-Дону, Россия

### **РОЛЬ И МЕСТО КУРСА «МАТЕМАТИКА» В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ ПО ПРОГРАММЕ БАКАЛАВРОВ НАПРАВЛЕНИЯ 15.03.03, ПРОФИЛЬ «ПРОГРАММНЫЕ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОГО ИНЖИНИРИНГА»**

**Аннотация:** *Приводится обоснование целесообразности изменения учебного плана для подготовки бакалавров направления 15.03.03 «Прикладная механика», профиль «Программные системы компьютерного инжиниринга».*

**A.N. Soloviev**

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia

**A.A. Matrosov**

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia

**D.A. Nizhnik**

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia

### **ROLE AND PLACE OF THE “MATHEMATICS” COURSE IN THE CURRICULUM OF THE BACHELOR PROGRAM OF 15.03.03, PROFILE “COMPUTER ENGINEERING SOFTWARE SYSTEMS”**

Преподавателями кафедры теоретической и прикладной механики Донского государственного технического университета традиционно читается целый комплекс дисциплин, связанных с теоретической механикой, прикладной механикой, сопротивлением материалов, теорией машин и механизмов [1–3]. Все эти дисциплины читаются студентам разных факультетов как общеинженерные дисциплины.

Помимо этого, на кафедре уже более пятнадцати лет ведется подготовка сначала специалистов, а впоследствии бакалавров направления 15.03.03 «Прикладная механика» (профиль «Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры») [4–7] и магистров направления 15.04.03 «Прикладная механика» (программа «Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг») [8, 9].

Современное развитие науки и техники, стремительный рост вычислительных возможностей компьютеров, постоянное общение с представителями предприятий, куда трудоустраиваются наши выпускники, привели к необходимости кардинального изменения программы подготовки специалистов [10–12].

Профиль «Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры» перестал в полной мере отвечать актуальным потребностям сегодняшнего дня, поэтому было принято решение в рамках направления 15.03.03 «Прикладная механика» открыть новый профиль «Программные системы компьютерного инжиниринга».

В связи с изменением профиля подготовки произошло принципиальное и существенное изменение рекомендуемого

Учебного плана по программе бакалавриата. Эти изменения коснулись всех разделов Учебного плана: общенаучных, общеинженерных и, разумеется, специальных.

Не описывая произведенные изменения всех этих разделов, остановимся только на принципиальном изменении роли и места классического курса «Математика» в Учебном плане по программе бакалавриата.

Именно, этот курс был разбит на целый ряд самостоятельных, отдельно (последовательно и параллельно) изучаемых курсов:

- Математический анализ.
- Линейная алгебра.
- Дифференциальные и интегральные уравнения.
- Уравнения математической физики.
- Вариационное исчисление.
- Векторный и тензорный анализ.
- Теория вероятностей и математическая статистика.

Такое разделение носит далеко не формальный, а глубоко продуманный и принципиальный характер.

Во-первых, при таком разделении отдельные курсы должны читаться не одним, а разными преподавателями, специализирующимися в данной конкретной отрасли математики. Благодаря этому существенно повышается профессионализм в изложении данного предмета.

Во-вторых, выпускающей кафедре легче управлять процессом обучения, делая акценты и оперативно высказывая пожелания по содержанию и изложению тех или иных разделов и тем, по их взаимосвязи со специальными курсами.

В-третьих, суммарная отметка, полученная студентом по курсу «Математика», не дает представления о том какие разделы и в каком объеме он усвоил. При предлагаемом подходе отметки по разным предметам дают четкую картину того, какие разделы математики и в какой степени усвоены студентами. Такой подход позволит в дальнейшем на старших курсах более гибко переориентировать студентов на теоретическую или прикладную форму деятельности.

Курс «Математика» является общенаучным и общеинженерным курсом математики для всей пятнадцатой укрупненной группы («Машиностроение»), то есть является общим (так называемым «ядерным») для всех направлений подготовки, входящих в пятнадцатую группу. Однако, если для большинства направлений подготовки курс «Математика», действи-

тельно, является общенаучным или даже общеинженерным, то при подготовке специалистов по направлению 15.03.03 «Прикладная механика», наверное, было бы большой ошибкой относить этот курс к базовой части подготовки, как это сделано в рекомендуемом Учебном плане по программе бакалавриата.

Математические дисциплины являются не только краеугольным камнем, фундаментом, на котором строятся все дисциплины механики. Они пронизывают все специальные дисциплины. Например, без понимания курса «Векторный и тензорный анализ» невозможно понять специальные курсы «Теоретическая механика», «Теория упругости», «Механика деформируемого твердого тела со сложными физико-механическими свойствами» и многие другие. Без освоения курса «Теория вероятностей и математическая статистика» невозможно приступить к изучению специального курса «Статистическая механика и теория надежности». А курс «Дифференциальные и интегральные уравнения» вообще отражает суть будущей работы выпускников данного направления — создание механических и математических моделей реальных объектов, описываемых краевыми и начальными задачами (дифференциальными и интегральными) и решение (аналитическое и численное) этих задач.

В связи с этим считаем, что блок математических дисциплин должен быть выведен из общей («ядерной») части пятнадцатой укрупненной группы («Машиностроение») для направления 15.03.03.

Существенным недостатком предыдущего учебного плана являлось отсутствие курса «Системы компьютерной математики». Данный курс ориентирован прежде всего на изучение систем компьютерной математики (Computer Algebra System, CAS). К этим системам относятся:

- система компьютерной алгебры Maple;
- среда и язык технических расчетов, предназначенный для решения широкого спектра инженерных и научных задач любой сложности MatLAB;
- программный пакет для конечно-элементного решения дифференциальных уравнений в частных производных FlexPDE;
- и т.п.

Все это программное обеспечение ориентированно на решение задач аналитической геометрии и линейной алгебры,

вычислительной математики, на решение линейных и нелинейных дифференциальных уравнений и т.д.

Дело в том, что специальные дисциплины («Сопротивление материалов», «Теория упругости», «Аналитическая механика и теория колебаний», «Строительная механика», да, наверное, и все остальные) не предусматривают дополнительного времени на изучение специализированных компьютерных систем [13]. Их предназначение в другом. В то же время наличие такого курса (подкрепленного двумя летними практиками после первого и второго курсов), знание систем компьютерной математики (Maple, MatLAB, FlexPDE и т.п.), навыки, приобретенные по работе с ними, позволяют студентам решать разнообразие задач. Эти системы широко используются в изучаемых спецкурсах, а также являются основой для выполнения курсовых работ, а в дальнейшем для выполнения необходимых расчетов при написании выпускной квалификационной работы и магистерской диссертации.

Однако роль данного курса в Учебном плане по программе бакалавриата значительно более важная. Параллельное изучение математических курсов таких как «Линейная алгебра», «Дифференциальные и интегральные уравнения», «Уравнения математической физики» и курса «Системы компьютерной математики» имеет неоспоримые достоинства. С одной стороны, в соответствующих математических курсах рассказывается о способах решения систем алгебраических уравнений, методах нахождения решений дифференциальных линейных и нелинейных уравнений и т.п. Как правило, на аудиторной лекции в качестве иллюстраций рассматриваются относительно простые задачи. С другой стороны, поскольку многие математические методы эффективно реализованы в соответствующих программных системах, изложение теории можно сопровождать рассмотрением примеров, в качестве которых выступают достаточно сложные задачи. Кроме того, многие математические понятия (например, для курса «Дифференциальные и интегральные уравнения» — это точность вычислений, разностная схема и т.п.) могут быть наглядно проиллюстрированы с помощью систем компьютерной математики.

Изучение специальных дисциплин, призванных научить создавать механические и математические модели реальных объектов и на их основе производить конкретные расчеты, немислимо без фундаментального изучения различных математических дисциплин.

Баланс между соотношением этих частей может изменяться в зависимости от потребностей сегодняшнего и завтрашнего дня — готовим мы специалистов с глубокими теоретическими знаниями или практиков, имеющих соответствующие навыки работы и владеющих в совершенстве прикладными методами исследования и решения задач. Подобное сочетание позволяет обеспечить качественный процесс подготовки высококвалифицированных специалистов.

### Литература

1. Матросов А.А., Соловьев А.Н. Новый способ изложения кинематики твердого тела на основе матричной алгебры // Пути совершенствования преподавания курса теоретической механики: Тез. докл. 8 зон. совещ.-семинара Сев.-Кавк. региона. — Владикавказ, 1990. — С. 6.
2. Жаров В.П., Матросов А.А., Соловьев А.Н. Об опыте преподавания в техническом университете некоторых разделов теоретической механики, требующих повышенной математической подготовки // Материалы II Белорусского конгресса по теоретической и прикладной механике, 28–30 июня 1999 г. — Минск: ИММС НАНБ, 1999. — С. 28–30.
3. Гульятев В.В., Матросов А.А., Скалиух А.С., Соловьев А.Н. Разработка электронного учебника по курсу теоретическая механика // Современные информационные технологии в образовании: Южный Федеральный округ: Материалы науч.-метод. конф., 26–29 апр. — Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2007. — С. 89–90.
4. Гульятев В.В., Еременко Л.Г., Матросов А.А., Мордвинкин В.А. Использование новых информационных технологий в обучении студентов специальности 151600 «Прикладная механика» // Материалы Одиннадцатой открытой Всероссийской конференции, 16–17 мая 2013 г. — Воронеж, 2013. — С. 170–172.
5. Гульятев В.В., Еременко Л.Г., Колева И.Н., Матросов А.А. Использование новых информационных технологий в обучении студентов специальности 150301 (Динамика и прочность машин) // Инновационные технологии в науке и образовании «ИТНО-2014»: Сборник науч. тр. междунар. науч.-метод. конф., 4–7 сентября 2014 г. — Ростов-на-Дону, Зерноград, Дивноморское, 2014. — С. 18–20.
6. Гульятев В.В., Еременко Л.Г., Колева И.Н., Матросов А.А., Мордвинкин В.А. Использование новых информационных технологий в обучении студентов специальности 1516 «Прикладная механика» // Инновационные технологии в науке и образовании «ИТНО-2015»: Сборник науч. тр. междунар. науч.-метод. конф., посвященной 85-летию ДГТУ, 7–10 сентября 2015 г. — Ростов-на-Дону, Зерноград, Дивноморское, 2015. — С. 73–77.
7. Шпрайзер Е.И., Гульятев В.В., Колева И.Н., Матросов А.А., Мордвинкин В.А. Использование новых информационных технологий в обучении студентов направления 15.03.03 «Прикладная механика» //

Математическое моделирование и биомеханика в современном университете: Тез. докл. XII школы-семинара (Дивноморское, 29 мая — 3 июня 2017 г.). — Ростов-на-Дону, Таганрог, 2017. — 163 с.

8. Гулятьев В.В., Колева И.Н., Матросов А.А., Мордвинкин В.А., Соловьев А.Н., Шпрайзер Е.И. Опыт реализации компьютерной подготовки бакалавров направления 15.03.03 «Прикладная механика» и магистров направления 15.04.03 «Прикладная механика» // Инновационные технологии в науке и образовании «ИТНО-2017»: Материалы V Междунар. науч.-практич. конф., 11–15 сентября 2017 г. — Ростов-на-Дону: ДГТУ-Принт, 2017. — С. 488–489.

9. Гулятьев В.В., Колева И.Н., Матросов А.А., Мордвинкин В.А., Глушко Н.И., Шпрайзер Е.И. Реализация подготовки бакалавров направления 15.03.03 «Прикладная механика» и магистров направления 15.04.03 «Прикладная механика» // Математическое моделирование и биомеханика в современном университете: Тез. докл. XIII Всероссийской школы-семинара (Дивноморское, 31 мая — 3 июня 2018 г.). — Ростов-на-Дону, Таганрог, 2018. — С. 20.

10. Соловьев А.Н., Матросов А.А., Соловьева А.А. Дополнительная программа математического образования для исследовательской и проектной деятельности в области прикладной механики // Материалы II Всероссийской научно-практической конференции «Университеты в системе поиска и поддержки математически одаренных детей и молодежи», 18–22 декабря 2018 г. — Майкоп: Адыгейский государственный университет, 2018. — С. 81–85.

11. Гулятьев В.В., Колева И.Н., Матросов А.А., Мордвинкин В.А., Соловьев А.Н., Шпрайзер Е.И. Некоторые аспекты реализации компьютерной подготовки бакалавров направления 15.03.03 «Прикладная механика» // Инновационные технологии в науке и образовании «ИТНО-2018»: Материалы VI Междунар. науч.-практич. конф., Дивноморское, 5–9 сентября 2018 г. — Ростов-на-Дону: ДГТУ-Принт, 2018. — С. 313–316.

12. Соловьев А.Н., Лесняк О.Н., Вислоусова И.Н., Котов В.В., Матросов А.А., Глушко Н.И. Расчет статически определимых конструкций при различных видах нагружения: учебно-методическое пособие. — Ростов-на-Дону: ДГТУ, 2019. — 52 с.

13. Соловьев А.Н., Вислоусова И.Н., Котов В.В., Лесняк О.Н., Матросов А.А., Нижник Д.А., Панфилов И.А. Некоторые аспекты реализации компьютерной подготовки бакалавров направления 15.03.03 «Прикладная механика» // Инновационные технологии в науке и образовании «ИТНО-2019»: Сборник трудов VII Междунар. науч.-практич. конф., Дивноморское, 4–14 сентября 2019 г. — Ростов-на-Дону: ДГТУ-Принт, 2019. — С. 215–218.

#### Сведения об авторах

**Соловьев Аркадий Николаевич**, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет, solovievarc@gmail.com, механика деформируемого твердого тела, при-

кладная механика, теория упругости, теория электроупругости, математические и механические модели.

**Матросов Андрей Анатольевич**, кандидат физико-математических наук, доцент, Донской государственный технический университет, amatrosov@donstu.ru, механика деформируемого твердого тела, прикладная механика, теория упругости, теория электроупругости, математические и механические модели.

**Нижник Дарья Андреевна**, ассистент, Донской государственный технический университет, darya.nizhnick@mail.ru, механика деформируемого твердого тела, прикладная механика, теория упругости.

**К.А. Сухов**

Президентский Физико-математический Лицей № 239,  
РГПУ им. А.И.Герцена, Санкт-Петербург, Россия

## ПОДГОТОВКА СБОРНОЙ РОССИИ К МЕЖДУНАРОДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЕ В УСЛОВИЯХ 2020 ГОДА

*Аннотация: Сформулированы основные проблемы, возникшие во время отбора и подготовки сборной к олимпиаде по математике в 2020 году. Указаны способы, которыми данные проблемы были решены. Дан краткий обзор проведенных мероприятий и результатов сборной России за 2020 год.*

**К.А. Sukhov,**

Presidential Physics and Mathematics Lyceum #239,  
Herzen University, St. Petersburg, Russia.

## TRAINING OF THE RUSSIAN NATIONAL TEAM FOR THE INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD IN THE SPECIFICS OF 2020

После неудачных выступлений сборной России на Международной олимпиаде по математике (далее IMO) с 2017 года была построена новая система отбора и подготовки школьников на IMO. Каждый цикл начинается с выбора 40 школьников по итогам финала Всероссийской олимпиады школьни-

ков по математике (далее ВсОШ, далее, для них проходили следующие очные этапы отбора:

1) Летние сборы (июнь-июль, 40 участников).

2) Осенние сборы (конец октября, 30 участников).

3) Зимние сборы (середина января, 30 участников, выбор кандидатов).

4) Участие в олимпиаде Romanian Master (ежегодная олимпиада в Румынии для лучших 20 стран мира), сборы после нее (конец февраля, 15 участников).

5) Финал ВсОШ (конец апреля, все кандидаты участвуют за 11 класс).

6) Майские сборы (начало мая, окончательное формирование команды из 6 человек).

Кроме того, в течение всего учебного года кандидатам высылались заочные задания (около 10–12 за год). Далее, отобранная команда, вместе с новыми кандидатами на следующий год участвовала в летних сборах, после которых участвовала в IMO (середина июля).

В отборочном цикле 2019/20 были проведены первые 4 мероприятия. Отметим, что уже на олимпиаде Romanian Master очно не принимали участие Китай, Корея, Иран и некоторые другие страны в связи с пандемией COVID-19. Сборная России завоевала 5 золотых медалей и заняла первое место в командном зачете (по сумме баллов). [http://rmms.lbi.ro/rmm2020/index.php?id=results\\_math](http://rmms.lbi.ro/rmm2020/index.php?id=results_math)

В конце марта был перенесен, а затем отменен финал ВсОШ. Стало понятно, что сроки IMO тоже сместятся. Возник вопрос о новых сроках и возможности очного проведения оставшихся мероприятий: майские сборы, замена финалу ВсОШ, летние сборы.

#### **За время апрель-май были проведены:**

— Два сезона (12+10 серий) видео-уроков для тренировки негеометрических задач. Каждая серия из 6 задач по алгебре, комбинаторике и теории чисел.

— Дистанционные олимпиады для кандидатов.

К началу июля стало понятно, что невозможно провести отбор на летние сборы, взамен ВсОШ. Было принято решение проводить сборы для всех, кто прошел на финал. В итоге были проведены 14-дневные сборы в конце июля. На сборах было три учебные группы: кандидаты (15 человек), группа А (ранее принимавшие участие в сборах), группа Б (220 человек, из них 165 изъявили желание, 133 участвовали, 100 заметно

участвовали, 46 активно.) Для групп А и К занятие проходили в стандартном режиме с отслушиванием решений. Группе Б выдавались задания, они решали (некоторые сдавали задачи своим педагогам), слушали разбор, выполняли письменное задание из двух задач (простой и сложной). По итогам выполнения письменных заданий, школьники, решившие не менее 10 задач (из 24 возможных), были приглашены на следующий этап сборов в октябре.

В августе были проведены очные отборочные сборы кандидатов, на которых были выбраны 6 школьников для участия в IMO2020.

В сентябре прошли установочные сборы и сама олимпиада. Команда России заняла второе место в командном зачете (2 золотых и 4 серебряных медали). [https://www.imo-official.org/team\\_r.aspx?code=RUS&year=2020](https://www.imo-official.org/team_r.aspx?code=RUS&year=2020)

В октябре были проведены отборочные сборы для 76 школьников очно. По итогам двухдневной олимпиады были выбраны 37 школьников для участия во втором этапе сборов. В связи с ухудшением эпидемиологической ситуации сборы прошли онлайн.

Был разработан протокол проведения онлайн-олимпиады. Каждый участник не выезжал за пределы своего региона. Написание олимпиады проходило под видеонаблюдением, с соблюдением определенных правил.

В связи с удачным опытом прослушивания решений, был изменен формат дистанционных занятий. Ранее мы отправляли письменное задание со сроком сдачи около 10 дней. Теперь формат таков: в четверг вечером выдача задания, утро воскресенья — сдача задач, до разбора можно прислать письменные решения, разбор во вторник вечером.

**Заключение.** Несмотря на неопределенность, которая преследовала почти весь год, удалось перестроить систему работы без особой потери качества образования и целесообразности. Благодаря обстоятельствам, появились и стали привычными новые способы и формы работы со школьниками.

### Сведения об авторе

**Сухов Кирилл Андреевич**, учитель математики Президентского ФМЛН№239, аспирант РГПУ им. А.И.Герцена, [suhob239@gmail.com](mailto:suhob239@gmail.com), одаренность, подготовка школьников к соревнованиям, математические олимпиады, системы отбора, мотивация одаренных школьников, образовательные траектории малых групп.

**Е.А. Стародубцева**

Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия

**А.С. Сычева**

Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия

## О МЕТОДИЧЕСКОЙ РАБОТЕ С МАТЕМАТИЧЕСКИ ОДАРЕННЫМИ ШКОЛЬНИКАМИ 5–8 КЛАССОВ В КРАТКОСРОЧНЫЙ ПЕРИОД

**Аннотация:** *Статья посвящена особенностям работы с одаренными детьми в краткосрочный период. Авторы говорят об особенностях работы с одаренными детьми. В данной статье выделены ключевые моменты, на которые стоит обратить внимание при выборе направления деятельности во время краткосрочных сессий.*

**E.A. Starodubtseva**

Kuban State University, Krasnodar, Russia

**A.S. Sychevaya**

Kuban State University, Krasnodar, Russia

## ABOUT METHODOLOGICAL WORK WITH MATHEMATICALLY TALENTED STUDENTS OF GRADES 5–8 IN THE SHORT TERM

**Annotation:** *The article is devoted to the peculiarities of working with mathematical talented children in the short term. The authors talk about the peculiarities of working with mathematical talented children. This article highlights the key points that you should pay attention to when choosing the direction of activity during short-term sessions.*

Методические подходы и материалы с разнообразными по содержанию, по направленности и уровням сложности, используются в настоящее время в работе с учащимися базовых школ РАН, созданных в регионах Российской Федерации с целью организации максимально благоприятных условий для выявления и обучения талантливых детей, их ориентации на построение успешной карьеры в области науки и высоких технологий.

Именно это авторы настоящего материала хотели бы подчеркнуть исходя из проведенных занятий университетскими преподавателями и магистрантами по организации работы с увлеченными математикой школьниками 5–8-х классов гимназии №8 города Сочи в период 3-х пятидневных сессий 2019–2020 гг. Отметим, что эти сессии организованы руководством гимназии (директор И.В. Никитин) и деканатом факультета математики и компьютерных наук Кубанского университета (декан С.П. Грушевский), который определил и научного руководителя и подобрал творческих магистрантов, имеющих уже опыт работы с одаренными школьниками.

Если обратиться к событиям последних двух лет, связанным с математическим образованием в стране, то, в первую очередь, следует напомнить об открытии 110 базовых школ РАН, из них 4-е школы в Краснодарском крае — это лицей №90 и гимназии № 36 и 69 в Краснодаре и Сочинская гимназия № 8. С 1 сентября 2019 года там началась, по мере возможности, работа по развитию талантливых школьников.

Как известно, проект «Базовые школы РАН» подготовлен по инициативе президента РАН А. М. Сергеева и Министра просвещения РФ на тот момент О.Ю. Васильевой, т.е. уровень принятия решения по созданию системы вовлечения талантливых школьников к исследовательской деятельности тоже очень высокий, если сравнивать его с уровнем принятия подобного решения в 60-е годы прошлого столетия. Конечно, хочется надеяться, что и эффективность от реализации проекта «Базовые школы РАН» будет весомой. Конечно, здесь все зависит от ответственности принявших решение. А есть ли они?



**В проекте «Базовые школы РАН»  
выделены 6 предлагаемых моделей базовых школ РАН**

1. Школа, осуществляющая обучение по одному или нескольким профилям.

2. Школа с углубленным изучением отдельных предметов, в которой подготовка происходит на всех уровнях, начиная с младших классов.

3. Школа-лаборатория, организующая научно-исследовательскую деятельность учеников с использованием лабораторной базы (как собственной, так и научных организаций).

4. Школа при университете (научной организации), имеющая многолетний опыт использования научно-образовательного потенциала региональных и федеральных вузов, НИЦ.

5. Школа — ресурсный (сетевой) центр, обладающий потенциалом для проведения консультаций, лабораторных и факультативных занятий с учениками других школ, имеющими склонность к научно-исследовательской деятельности.

6. Смешанная модель, включающая в себя несколько вариантов представленных выше моделей.

Какую модель выберет гимназия № 8, пока по нашему мнению не совсем ясно, скорее всего, это будет комбинация моделей.

Работая с детьми 5–8-х классов во время выше упомянутых сессий, чаще всего задаешься вопросом «Что же развивать у таких, безусловно, одаренных, ищущих детей, профессионально еще не определившихся, как сформировать доминирующую потребность?»

Здесь, по нашему мнению, уместно привести небольшую вставку из книги «Темперамент. Характер. Личность», авторы известные советские ученые — Симонов П.В., Ершов П.М. Изд. М.Наука. 1984 г. «Экспериментально показано, что при демонстрации человеку неопределенных зрительных стимулов количество стимулов, ассоциируемых с пищей, нарастает по мере усиления голода. Это правило справедливо не только для биологических потребностей типа голода или жажды, но имеет универсальный характер: непосредственно не контролируемая сознанием интуиция всегда работает на потребность, доминирующую в иерархии потребностей данной личности. Зависимость интуиции от главенствующей потребности (ма-

териальной, социальной, познавательной и т. д.), устойчиво доминирующей в системе мотивов данного субъекта, необходимо учитывать в сфере профессионального отбора и практики воспитания. Без выраженной потребности познания (ньютоновского «терпения думать об одном и том же») трудно рассчитывать на продуктивную деятельность в науке. Если решение научной проблемы является для субъекта лишь средством для достижения каких-то иных (например, социально престижных) целей, его интуиция будет генерировать гипотезы и идеи, связанные с удовлетворением соответствующих потребностей. Шанс на принципиально новое научное открытие в этом случае сравнительно невелик».

Перед магистрантами ФМиКН университета, которые по 4–5 часов в день во время сессий работают со школьниками базовой школы РАН ставится задача формирования интереса к математике, интереса к творческому поиску и тому самому — ньютоновскому «терпению думать об одном и том же», т.е. упорству к достижению целей. (треть страницы типы интересных задач, которыми пользовались и методику затягивания их в задачи).

Такая краткосрочная и интенсивная работа направлена на заинтересованность проблемой в сфере усложнения исследовательских задач. В связи с тем, что сессии рассчитаны на непродолжительный срок, то перед магистрантами не стоял вопрос о социализации учащихся из разных школ. Но не стоило забывать о развитии исследовательской составляющей (упорстве к достижению своих целей). На протяжении всей подготовки к работе с одаренными школьниками у магистрантов, как у учителей общеобразовательной организаций, стояла цель погрузить их в исследовательские задачи и научить работать над проблемами, проставленными в ходе изучения задач.

**Основные типы:**

1. Введение в теорию графов.
2. Геометрия.
3. Теория вероятностей.
4. Метод математической индукции.
5. Элементы теории чисел.
6. Решение алгебраических уравнений.
7. Методы решения логических задач (задачи на принцип Дирихле, задачи-шутки).

Насколько интересно и увлекательно будут проходить занятия, зависит от педагогического состава: это должны быть заинтересованные, интеллектуальные, с чувством юмора, энергичные люди, любящие свою науку и готовые делиться не только своими знаниями, но и энтузиазмом. Также немаловажным аспектом является форма проведения занятий. По нашему опыту, самой понятной и любимой детьми формой является игровая, так появились игры: «Математический морской бой», интерпретированная «Что? Где? Когда?» и логическая «Почему и Зачем?».

Зачастую одаренные дети находятся в культурной и социальной изоляции: они не могут найти сверстников, соответствующих их культурному и интеллектуальному уровню. Поэтому им гораздо проще сосредоточиться и вникнуть в задачу, находясь среди единомышленников.

Рассмотрим пример преобразования интересной олимпиадной задачи в исследовательскую, который мы придумали вместе с ребятами в последней математической сессии.

Из четырех шоколадных зайцев, одинаковых на вид, один отличается по весу от остальных, имеющих одинаковый вес. Как выделить его двумя взвешиваниями на весах с двумя чашками без гирь, если неизвестно, легче ли она или тяжелее остальных?

#### Комментарий

Положим на чашки по одному зайцу. Если весы останутся в равновесии, то на чашках лежали одинаковые по весу зайцы. Заменяем одного из этих зайцев одной из оставшихся, произведем второе взвешивание. Если весы останутся в равновесии, то заяц с сюрпризом — четвертая (оставшаяся, только в этом случае мы не будем знать, легче ли она остальных или тяжелее). Если же опустится одна из чашек, то с сюрпризом — тот заяц, которого положили на чашку при втором взвешивании. Если при первом взвешивании весы не будут в равновесии, то будут два оставшихся зайца будут одинаковы по весу; при втором взвешивании заменим одного из ранее взвешивавшихся зайцев другим.

Примеры дополнительных вопросов:

- 1) Какое наименьшее количество взвешиваний понадобится, если зайцев будет 7?
- 2) Как решить эту задачу, если зайцев с сюрпризом будет 2?

Научная деятельность одаренных учащихся является одним из приоритетных направлений образования в современной школе РАН. В связи с этим, мы пришли к выводу, что необходимое время для изучения исследовательских задач должно составлять 4–5 лет постоянных сессий, что соответствует ступени основного общего образования. Психологические исследования показывают, что раннее начало творческой деятельности положительно влияет не только на формирование интеллектуальных и творческих способностей, но развивает позитивные качества личности ребенка. Тем не менее, изучение психолого-педагогической литературы по проблемам одаренных детей позволяет нам констатировать, что, несмотря на накопленный в этом направлении опыт, педагогическая наука не разработала конкретных обоснованных рекомендаций.

Меняется время, изменяется направление общественного развития, но проблема организации работы с одаренными детьми не может утратить своей актуальности, поскольку одаренные люди необходимы всегда и их вклад в развитие тех или иных отраслей производства, сфер жизнедеятельности, безусловно, значим всегда.

#### Литература

1. Симонов П.В., Ершов П.М. «Темперамент. Характер. Личность».
2. Изд. М.Наука.1984 г. Лазарев В.А. Педагогическое сопровождение одаренных старшеклассников: Монография. Ярославль: Изд-во ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2005. 308 с.

#### Сведения об авторах

Стародубцева Е.А., Сычевая А.С. — магистры 2 курса Факультета математики и компьютерных наук, Кубанский государственный университет, г. Краснодар.

**В.И. Цветкова**

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Россия

**И.А. Бреус**

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Россия

## **ИГРОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В РЕАЛИЗАЦИИ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**V. Tsvetkova**

Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

**I. Breus**

Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

## **GAME TECHNOLOGIES IN THE IMPLEMENTATION OF ADDITIONAL MATHEMATICAL EDUCATION**

Важную роль в развитии способностей ребенка играют учреждения не только общего, но и дополнительного образования. В статье раскрыт опыт работы с детьми 5–7 классов в Воскресной математической школе и Летней детской математической школе при мехмате ЮФУ. Значение дополнительного математического образования заключается в том, чтобы создать условия для включения учащихся в процесс активной учебно-познавательной математической деятельности. Дополнительное математическое образование в структуре математического образования относится к общему математическому образованию наряду с дошкольным и школьным образованием.

Основной целью дополнительного математического образования является развитие математических способностей, в частности углубление и расширение знаний. К тому же дополнительное математическое образование формирует развитие интереса учащихся к математике, развивает математические способности, формирует приемы самостоятельных занятий математикой, служит для воспитания и развития инициативы и творчества, повышает общий и интеллектуальный уровень развития учащихся, готовит к дальнейшему математическому образованию на профильном уровне.

Основным средством учебной деятельности в структуре дополнительного математического образования являются специ-

ально подобранные математические задачи, которые используются при реализации игровых технологий.

Если говорить о структуре дополнительного математического образования в целом, то она представлена следующими формами организации: воскресные математические школы, летние детские математические школы, лагеря, олимпиады, конкурсы и т.д. Из перечисленных структур в Институте математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета работают Воскресная математическая и Летняя детская математическая школы при мехмате ЮФУ.

Уделим внимание формам организации дополнительного математического образования, функционирующей при нашем ВУЗе: занятия в Летней детской математической школе, проводятся в дни летних каникул, сменами по 2 недели, а занятия в Воскресной математической школе проходят в течение учебного года 1 раз в неделю.

Рассмотрим принципы организации процесса обучения в дополнительном математическом образовании при мехмате ЮФУ. Вообще говоря, рабочая программа дополнительного математического образования учащихся 5–7 классов учитывает особенности познавательных процессов обучающихся с учетом их возраста. Одним из принципов ее построения и реализации является использование игровых моментов, наглядности, элементов соревнования.

Как правило, структура занятия в Воскресной математической школе представлено тремя блоками: теоретическим, развивающим, игровым.

Например, теоретический блок для занятий детей 5–6 классов можно посвятить основам теории чисел и включить следующие разделы: признаки делимости, простые и составные числа, разложение на простые множители, задачи на нахождение НОД и НОК, алгоритм Евклида, понятие совершенных, дружественных чисел, чисел-близнецов, чисел-самородков.

В развивающий блок включены различные игры и задачи, например, задачи на смекалку, занимательные арифметические задачи, логические задачи, задачи на переливание, комбинаторные задачи, задачи на разрезания, логические квадраты, задачи на переправы, задачи на взвешивание и др.

Игровой блок можно представить следующими видами математических игр: разгадывание головоломок, кроссвордов на математическую тематику, шарад, демонстрация арифметических фокусов, различные игры-соревнования. Некоторые

части блока используются как разминка перед непосредственно играми-соревнованиями, это, например, кроссворды на математическую тематику, различные головоломки со спичками, математические фокусы. Здесь сначала фокусы демонстрируются, учащиеся загадывают числа, а преподаватель их отгадывает, а затем с учащимися проходит разбор алгоритма, с помощью которого эти числа удалось угадать.

Вообще, если говорить о структуре игры в целом, то в ней должны быть отражены следующие компоненты:

— Игровой замысел выражен в названии игры, он придает игре познавательный характер;

— Правила, которые определяют порядок действий и поведения учащихся в процессе игры;

— Игровые действия: регламентируются правилами, дают возможность учащимся проявить свои способности;

— Познавательное содержание — основа игры, учебная проблема, задача, поставленная игрой;

— Оборудование: презентация с заданиями, игровое поле, таблицы результатов;

— Результат — финал игры, решение поставленной учебной задачи.

**Приведем пример игры-соревнования «Догонялки — обгонялки».**

Содержание игры представлено блоками:

- 1) разминка;
- 2) основной блок;
- 3) задание от Шерлока Холмса;
- 4) догонялки;
- 5) обгонялки.

Первый блок — познавательные задачи, второй — арифметические, третий — повышенной сложности, а в предпоследнем и последнем блоках — задачи шуточные, разных уровней. За правильно решенную задачу разных блоков — разное количество баллов. Задачи четвертого и пятого блока по количеству превышали количество задач первых трех блоков, поэтому давали реальный шанс отстающим ребятам догнать победителей. Таким образом, до конца игры сохранялась интрига, кто же станет победителем, так как в процессе игры лидер менялся несколько раз.

**Следующая игра — игра «Быки и коровы».**

Цель игры: угадать задуманное ведущим число.

В онлайн-режиме эту игру удалось реализовать посред-

ствам использования чатов: ведущий — ребенок сбрасывает в личном сообщении преподавателю загаданное число, чтобы избежать возможных ошибок при угадывании его группой ребят, а затем группа по очереди начинала это число угадывать.

**Еще один тип игр — игра в детективов.** Здесь за основу берутся детективные задачи с главным действующим лицом Шерлоком Холмсом, инспектором Варнике и полицейским Анискиным и многими другими. Детективные задачи очень любимы детьми, здесь в обсуждение включаются и более скромные дети. В такой игре преподаватель играет роль ведущего, инспектора, а дети выступают в роли помощников инспектора.

В связи с пандемией COVID-19 многие занятия было решено проводить в онлайн-режиме с использованием обучающей платформы Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича ЮФУ [edu.mmcs.sfedu.ru](http://edu.mmcs.sfedu.ru) и платформы *Zoom*. Это позволило существенно расширить географию участников. Школьники получили доступ ко всем материалам и онлайн-мероприятиям, которые проходят на этих платформах. В конце статьи хотелось бы остановиться на некоторых особенностях в работе при переходе на онлайн-режим:

— Ограничение количества обучающихся в группе (6-8 человек);

— Использование доски платформы *Zoom* для оформления решения и комментирования учащимися;

— Использование диалоговой формы общения для обсуждения путей и способов решения задачи, очередность ответов участников;

— Использование личных сообщений в чате от неуверенных в ответе учащихся для активизации их поисковой деятельности;

— Для преподавателя возникла необходимость в овладения техническими возможностями платформы *Zoom* для организации командной работы учащихся и распределения их по залам во время проведения математических боев, соревнований, игр-завоеваний и т.д.

— При работе в онлайн-режиме возникает необходимость соблюдения норм СанПиН, а частности в планировании заданий, не требующих работы с экраном.

К недостаткам можно отнести невозможность контролировать процесс выполнения заданий, проблему синхронизации работы. А в целом, преподавателями Воскресной математи-

ческой школы и Летней детской математической школы при мехмате ЮФУ был приобретен ценный профессиональный опыт овладения новыми информационными технологиями в период пандемии коронавируса, конечно, мы будем продолжать дальнейший поиск оптимальных методов работы с обучающимися в формате онлайн-обучения.

#### Список литературы

1. Козлова Е. Г. Сказки и подсказки. Задачи для математического кружка. — М.: МЦНМО, 2004.
2. Нестеренко Ю.В., Олейник С.Н., Потапов М.К. Задачи на смекалку. — М.: Дрофа, 2005.
3. Спивак А. В. Тысяча и одна задача по математике. — М.: Просвещение, 2002.

#### Сведения об авторах

**Цветкова Виктория Ивановна**, магистрант 2 года обучения, преподаватель Воскресной математической школы и Летней детской математической школы при мехмате ЮФУ, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И.Воровича Южного федерального университета, E-mail: vcvetkova@sfedu.ru.

**Бреус Ирина Анатольевна**, кандидат педагогических наук, доцент кафедры теории и методики математического образования Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И.Воровича Южного федерального университета, E-mail: briageom@mail.ru.

**А.А. Чернова**

Южный федеральный университет,  
Ростов-на-Дону, Россия

## ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ НА РАЗНЫХ СТУПЕНЯХ ОБРАЗОВАНИЯ

**Аннотация:** В статье рассматривается психолого-педагогическое сопровождение одаренных детей на разных ступенях образования. Описан опыт реализации образовательных проектов, направленных на выявление, поддержку и развитие детей с математическими способностями.

**A.A. Chernova**

Southern Federal University, Rostov-on-don, Russia

## PSYCHOLOGICAL AND PEDAGOGICAL SUPPORT OF MATHEMATICALLY GIFTED STUDENTS AT DIFFERENT LEVELS OF EDUCATION

**Annotation.** *The article deals with the psychological and pedagogical support of gifted children at different levels of education. The article describes the experience of implementing educational projects aimed at identifying, supporting and developing children with mathematical abilities.*

В современных условиях все субъекты образования, имеющие дело с воспитанием и обучением подрастающего поколения, должны владеть психолого-педагогическими компетенциями. Особое значение данные компетенции приобретают в работе с одаренными детьми, которые имеют сложности в адаптации, проблемы с коммуникацией и эмоциональной регуляцией. Служба психолого-педагогического сопровождения является необходимой составляющей в структуре образовательной системы России. Именно она позволит решить задачи личностно-ориентированного воспитания и обучения, обеспечить условия для гармоничного развития детей.

Основной задачей психолого-педагогического сопровождения математически одаренных детей является создание таких условий, которые направлены на полноценное развитие и становление личности ребенка, в соответствии с его потенциальными возможностями. Такая комплексная система психолого-педагогического сопровождения должна учитывать непрерывность образовательного процесса на разных этапах развития ребенка.

Концепцию психолого-педагогического сопровождения как инновационную образовательную технологию в нашей стране разрабатывала Е.И. Казачкова [1]. Сопровождение рассматривается как метод, который позволяет создавать условия для принятия субъектом развития оптимальных решений в различных жизненных ситуациях. В процессе взаимодействия сопровождающего и сопровождаемого результатом является решение и действие, которое ведет к прогрессу в развитии сопровождаемого. М.М. Семаго под сопровождением понимает поддержание функционирования ребенка в услови-

ях оптимальной амплификации образовательных воздействий и недопустимости его дезадаптации.

Теоретический анализ литературы показал, что при изучении математической одаренности и способностей выделяют две тенденции: пытаются выделить множество частных способностей или найти первооснову. А.Н. Колмогоров отмечал, что могут встречаться в разных комбинациях те или иные стороны математических способностей [2]. Способности к математике проявляются обычно рано и требуют непрерывного развития и упражнения. Для этого важно в процессе воспитания и обучения предусмотреть преемственность сопровождения таких детей на разных ступенях образования. Психолого-педагогическое сопровождение математически одаренных обучающихся является системой профессиональной деятельности различных специалистов по созданию условий раскрытия личностного потенциала детей, полноценного развития и успешного обучения. Большинство исследователей сходятся во мнении, что на процессы психолого-педагогического сопровождения одаренных детей оказывает влияние в первую очередь образовательная среда, в которой оказался ребенок, т.е. пространство воспитания, обучения, развития. Поэтому важно своевременно выявить одаренных детей и создать им условия для совершенствования математических способностей, помогая в социализации.

На базе Южного федерального университета создана система профессиональной деятельности разных специалистов, направленная на создание условий по выявлению и сопровождению детей с математическими способностями на разных ступенях образования: от детского сада до Вуза. Академия психологии и педагогики ЮФУ в рамках повышения профессиональной компетенции студентов и преподавателей реализует инновационные проекты, направленные на выявление и сопровождение детей с математическими способностями, в детских садах, школах г. Ростова-на-Дону. В рамках дошкольного образования реализуется проект «Растем вместе», направленный на развитие естественнонаучного мировоззрения дошкольников, формирование элементарных математических представлений у дошкольников. На этапе начального образования с 2017 года реализуется проект «Университетские начальные классы». Основная цель проекта — создание развивающей образовательной среды, способствующей раскрытию и развитию интеллектуально-творческого потенциала личности младшего школьника. В процессе реализации ряда мероприятий у младших школь-

ников происходит развитие междисциплинарного мышления, понятийного мышления, познавательной активности, исследовательских умений и навыков самостоятельной работы.

В рамках укрепления преемственных позиций дошкольного, основного общего и среднего общего образования, реализуются пилотажные проекты «Junior assistant» (младший помощник) и «Senior assistant» (старший помощник). Младшие школьники помогают дошкольникам в подготовке к школе, формируют у них первичные математические представления. В игровой форме младшие школьники формируют у дошкольников представления о пространстве, времени, форме и величине, о количестве и счете. С нашей точки зрения, взаимодействие младшего школьника и дошкольника поможет первокласснику быстрее адаптироваться к школе. В процессе совместной деятельности у дошкольников формируют универсальные учебные действия. Младшему школьнику данный проект поможет закрепить знания и мотивирует к дальнейшему саморазвитию. Старшеклассники с математической одаренностью решают с младшими школьниками нестандартные задачи, повышают интерес к математике, помогают освоить компьютерную грамотность.

Следующая ступень выявления, поддержки и развития обучающихся с математической одаренностью осуществляется на базе Специализированного учебного научного центра Южного федерального округа. Цель Специализированного учебного научного центра — формирование исследовательских компетенций и личностное развитие талантливых обучающихся, проявивших выдающиеся способности в учебе, науке, научно-техническом творчестве. В СУНЦ ЮФО реализуется 5 направлений: физико-математический, IT и инженерия, социально-гуманитарный, архитектуры и искусства, биолого-химический. Выявление и сопровождение обучающихся с математическими способностями одна из приоритетных задач программы развития СУНЦ ЮФО.

**Образовательная среда СУНЦ включает следующие компоненты:**

1. Модуль основной образовательной программы, который реализуется в первой половине дня.
2. Модуль исследовательской и проектной деятельности.
3. Модуль олимпиадной подготовки.
4. Модуль воспитательной деятельности.
5. Модуль психологической диагностики, сопровождения и карьерного консультирования.

6. Модуль социализации и развития культурного интеллекта.

7. Модуль здоровьесбережения и развития спортивных навыков.

Основные направления психолого-педагогического сопровождения математически одаренных детей на разных ступенях образования направлены на помощь в формировании здорового образа жизни, преодоления затруднений в обучении по другим предметам, решении личностных проблем развития ребенка, определение индивидуального образовательного маршрута.

**Психолого-педагогическое сопровождение включает в себя несколько этапов:**

1. Диагностический этап предусматривает выявление детей с математическими способностями. Математические способности специфичны, при выявлении детей нужно учитывать их способ мышления и стиль работы. Осуществляется комплексная психолого-педагогическая диагностика развития и обучения младших школьников. После первичной диагностики строится индивидуальная образовательная траектория по развитию математических способностей.

2. Информационный этап направлен на повышение психолого-педагогической компетентности всех участников образовательного процесса. На данном этапе осуществляется профориентация обучающихся. Участники образовательного процесса знакомятся с музеями, структурными подразделениями ЮФУ, ведущими лабораториями ЮФО. На данном этапе осуществляются такие виды деятельности как индивидуальные и групповые консультации с обучающимися, преподавателями и родителями, психолого-педагогические семинары, тематические родительские собрания по тематике взаимодействия с одаренными детьми.

3. Развивающий этап направлен на полноценное развитие одаренных детей и включает реализацию таких мероприятий как развитие творческого и понятийного мышления, культурного интеллекта, навыков здоровьесбережения, создание портфолио с целью формирования мотивации обучающихся. На данном этапе реализуется проектная и исследовательская деятельность, олимпиадная подготовка обучающихся.

4. Аналитический. Предусматривает мониторинг эффективности работы с одаренными детьми. Данный этап включает в себя анализ результатов деятельности субъектов образо-

вательного процесса и построение перспективы дальнейшей работы.

Психолого-педагогическое сопровождение одаренных обучающихся — система профессиональной деятельности преподавателя, воспитателя, психолога, направленная на создание оптимальных социально-психологических условий для успешного обучения и развития в ситуации образовательного взаимодействия.

Таким образом, психолого-педагогическое сопровождение рассматривается с одной стороны, как сложный динамический процесс, с другой, как целостная деятельность всех субъектов образовательной деятельности. При этом сопровождение детей с математической одаренностью определяется следующими взаимосвязанными компонентами:

— создание условий для переживания ситуации успешности обучения, дальнейшего развития интеллектуально-творческого потенциала каждого ребенка;

— создание специальных условий для поддержки и сопровождения детей с особыми образовательными потребностями с последующим выстраиванием индивидуального образовательного маршрута;

— систематический мониторинг достижений и статуса ребенка, динамики его когнитивного и эмоционального развития в процессе обучения.

### Литература

1. Казачкова Е.И. Система комплексного сопровождения ребенка: от концепции к практике // Психолого-педагогическое медико-социальное сопровождение развития ребенка: Материалы Всероссийской научно-практической конференции. — СПб, 1998.

2. Колмогоров А.Н. Математика — наука и профессия. М., 1988.

### Сведения об авторе

**Чернова Анастасия Александровна**, кандидат психологических наук, доцент Академии психологии и педагогики Южного федерального университета, заместитель директора Специализированного учебного научного центра Южного федерального округа, e-mail: achernova@sfedu.ru.

Область научных интересов: детская психология, психолого-педагогическое сопровождение детской одаренности, организация проектной и исследовательской деятельности обучающихся, развитие культурного интеллекта.

УДК 372.851:11  
ББК 74.262.21– 241  
Ш 22

**С.М. Шаова**

Адыгейский государственный университет, Майкоп, Россия

**Т.Г. Беликова**

Адыгейский государственный университет, Майкоп, Россия

## **РОЛЬ ФИЛОСОФСКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКОГО АСПЕКТА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ И ТВОРЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА ЛИЧНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИ ОДАРЕННОГО УЧЕНИКА**

*Аннотация: Углубленное изучение математики будет неполным, если не формировать у учащихся научного мировоззрения, важной составной частью которого является правильное представление о происхождении научных понятий и теорий и их связи с практикой. С этой целью для студентов разработан спецкурс и спецсеминар «Некоторые философско-методологические вопросы математики». Подобный курс можно также проводить и для одаренных учеников во время пребывания их в летней математической школе.*

**СМ. Shaova**

Adyghe State University, Maykop, Russia

**T.G. Belikova**

Adyghe State University, Maykop, Russia

## **THE ROLE OF THE PHILOSOPHICAL AND METHODOLOGICAL ASPECT OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE FOR THE DEVELOPMENT OF COGNITIVE ACTIVITY AND THE CREATIVE POTENTIAL OF THE PERSONALITY OF A MATHEMATICALLY GIFTED STUDENT**

*«Мне хочется подчеркнуть законность и достоинство позиции математика, занимающего место и роль своей на-*

*уки в развитии естественных наук, да и всей человеческой культуры.»*

*А.Н. Колмогоров.  
«Огонек». 1963г., № 48*

Углубленное изучение математики приводит к высокой культуре математического образования. Однако оно будет неполным, если не формировать у учащихся научного мировоззрения. Важной составной частью научного мировоззрения являются правильные представления о происхождении научных понятий и теорий, о взаимоотношении науки и практики.

Например, такие методологически важные вопросы, как:

— Что изучает математика?

— Как возникают и развиваются ее понятия?

— В чем смысл высокой абстрактности математики?

— Каковы основные методы получения новых знаний в математике? и др. не могут не заинтересовать любого учащегося, занимающегося математикой, а тем более одаренного ученика.

Выдающиеся математики и педагоги прошлого и современности придавали большое значение пониманию места и роли математики в обществе. Так, например, известный советский математик А.И. Маркушевич пишет: «Обучение математике должно приводить учащихся к пониманию роли, которую математика играет в научной и философской концепции современного мира» [4]. Известный педагог А.А. Столяр указывает на диалектический аспект математического знания: «Преподавание математики не должно сводиться к изложению одной только формальной логики науки. Только доказательство каждой отдельной теоремы ведется по правилам формальной логики. Выбор направления исследования и создание новых теорий определяется в математике явлениями и процессами действительности и внутренними потребностями самой математики. И вот истинное обучение и должно объяснить учащимся этот диалектический процесс возникновения науки по законам диалектической логики. Иными словами, преподавание математики не может не касаться проблем развития понятий и теорий математики, борьбы противоположностей в их тенденциях, случаев перехода количественных характеристик в качественные и т. д.»

Таким образом, процесс преподавания математики требует сочетания формальной теории с рассмотрением вопросов истории, методологии и философии математики. Поэтому беседы



учителя математики о методологических вопросах математики и ее общих философских проблемах позволят учащимся взглянуть на предмет с более широких позиций, определить его положение в системе знаний, увидеть науку в развитии, движении.

Существует достаточное количество литературы для таких бесед. Например, «Диалоги о математике» Альфреда Реньи, одного из виднейших представителей современной математики в Венгрии [3]. Книга представляет большой интерес благодаря оригинальной и доступной форме изложения и довольно глубокой трактовке философско-методологических вопросов математики. Или, например, сборник статей «Математики о математике» [1]. Любому ученику, увлекающемуся этой дисциплиной, будет интересно узнать, что пишет о деятельности математика крупнейший английский ученый Годфри Гарольд Харди: «Творчество математика в такой же степени есть создание прекрасного, как творчество живописца или поэта, — совокупность идей, подобно совокупности красок или слов, должна обладать внутренней гармонией. Красота есть первый пробный камень для математической идеи; в мире нет места уродливой математике». Другая статья посвящена важной роли математической символики: она не только стенографирует рассуждения, но и существенно стимулирует прогресс математической мысли. Большой интерес у учащихся может вызвать статья математика мировой известности — француза Анри Пуанкаре о процессе математического творчества. Можно познакомить учеников с основными методами математики, используемыми в различных ее разделах, — это методы индукции, обобщения, аналогии и др., используя замечательную книгу Д. Пойа «Математика и правдоподобные рассуждения» [2].

Для ознакомления учащихся с методологическими аспектами математики учитель должен получить соответствующую подготовку еще в вузе. Однако в вузовских учебных пособиях по математическим дисциплинам авторы не обращают достаточного внимания на методологические компоненты курса и не освещают их. Поэтому желательно, чтобы лектор излагал методологический аспект курса в соответствующих местах в прямой логической связи с изучаемым материалом.

В одной из наших статей [см. 5] рассматриваются, например, возможности курса математического анализа в формировании научного мировоззрения студентов. Приводятся

некоторые суждения о методике ознакомления студентов с философско-методологическими положениями математики в процессе изучения курса математического анализа. Так же автором разработан для студентов спецкурс и спецсеминар «Некоторые философско-методологические вопросы математики».

Желательно разработать подобный курс и для одаренных учеников. Проводить его можно было бы во время пребывания их в летней школе.

Знания, приобретенные учащимися по философско — методологическим вопросам математики, будут способствовать устойчивому познавательному интересу к математике и развитию творческого потенциала.

### Литература

1. Математики о математике: Сборник статей. — М.: Изд-во «Знание», 1967.
2. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. — М.: Изд-во «Наука», 1975.
3. Реньи Альфред. Диалоги о математике. — М.: Изд-во «Мир», 1969.
4. Тихомиров В.М. Математика и ее преподавание в школе, вузе и университете. «Актуальные проблемы углубленного математического образования»: Материалы XXVII Пленума Учебно-методического совета по математике и Всероссийской научно — методической конференции / Под. Ред. В.Н. Чубарикова. — Майкоп: Изд — во АГУ, 2010.
5. Шаова С.М. О философско-методологической направленности преподавания математического анализа. // Труды ФОРА. — 2009. — №14.

### Сведения об авторах

**Шаова Светлана Мухтаровна**, кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры математического анализа и методики преподавания математики АГУ, sv.shaova@gmail.com. Область научных интересов: философско-методологическая направленность преподавания математического анализа.

**Беликова Татьяна Геннадиевна**, старший преподаватель кафедры математического анализа и методики преподавания математики АГУ, belikova-t@yandex.ru. Область научных интересов: адаптивная система преподавания математического анализа.

# **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ТАЛАНТ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ**

**Материалы III Всероссийской  
научно-практической конференции**

**9–12 декабря 2020 г.**

---

Подписано в печать 27.09.2021. Бумага офсетная.  
Формат бумаги 60x84/16. Гарнитура SchoolBook.  
Печ.л. 11. Тир. 100. Заказ 044.

Отпечатано с готового оригинал-макета  
на участке оперативной полиграфии Адыгейского государственного университета.  
385000, г. Майкоп, ул. Первомайская, 208.